

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Diplomski studij matematike

Dajana Korov

Modeli kreditnog rizika bazirani na cijeni dionice

Diplomski rad

Osijek, 2011.

Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
Odjel za matematiku
Diplomski studij matematike

Dajana Korov

Modeli kreditnog rizika bazirani na cijeni dionice

Diplomski rad

Mentor: prof. dr. sc. Nataša Šarlija
Komentor: doc. dr. sc. Nenad Šuvak

Osijek, 2011.

Sadržaj

| | |
|---|-----------|
| UVOD | 2 |
| 1. Tržište dionica kao dio financijskog tržišta | 3 |
| 1.1. Općenito o tržištu dionica | 3 |
| 1.1.1. Vrste dionica | 4 |
| 1.2. Kreditni rizik | 6 |
| 2. Black-Scholes model | 9 |
| 2.1. Osnovni pojmovi i pretpostavke | 9 |
| 2.2. Brownovo gibanje i Itôva formula za Brownovo gibanje | 12 |
| 2.3. Black-Scholes jednadžba | 15 |
| 3. EDF Model | 19 |
| 3.1. Teorija opcija | 19 |
| 3.1.1. Prethodnici teorije opcija | 19 |
| 3.1.2. Kapital je opcija kupnje | 20 |
| 3.1.3. Dug je opcija prodaje | 22 |
| 3.2. EDF model-model kreditnog rizika | 22 |
| 4. Empirijski dio | 28 |
| 4.1. Uvod | 28 |
| 4.2. Opis podataka | 28 |
| 4.3. Postupak izračunavanja | 30 |
| 4.4. Zaključak i diskusija | 32 |
| 5. Dodatak | 34 |
| 5.1. Dionice T-HT za razdoblje 1.1.2009-31.12.2009. | 34 |
| 5.2. Procjena vrijednosti i volatilnosti imovine T-HT za 2009. godinu | 41 |
| 6. LITERATURA | 42 |
| 7. SAŽETAK | 44 |
| 8. SUMMARY | 45 |
| 9. ŽIVOTOPIS | 46 |

Uvod

Tema ovog diplomskog rada su modeli kreditnog rizika bazirani na cijenama dionica. U prvom poglavlju u kratkim crtama opisuje se tržište dionica, navode se vrste dionica i njihove glavne značajke te se uvodi pojam kreditnog rizika. U drugom poglavlju uvodi se Brownovo gibanje i Itôva formula kako bi se mogao izvesti Black-Scholes model za određivanje cijene europske call opcije na financijskom tržištu. Treće poglavlje odnosi se na izgradnju modela koji procjenjuje relativnu učestalost defaulta poduzeća tijekom iduće godine. Motivacija za rad bila je potreba testiranja EDF modela, budući da dosada nije bilo istraživanja koja bi testirala učinkovitost modela na primjeru domaćih tvrtki. To je učinjeno u četvrtom poglavlju. Testirani model u mogućnosti je procijeniti vjerojatnost defaulta poduzeća te je na temelju rezultata moguće učinkovitije planirati poslovanje poduzeća. Osim što pruža informacije korisne unutar poduzeća, metodologija se može koristiti i u kreditnim biroima za određivanje kreditnog rejtinga, odobravanje i određivanje cijene kredita te strategije naplaćivanja dugova.

1. Tržište dionica kao dio financijskog tržišta

Financijski sustav je bitna sastavnica modernoga gospodarstva. Može se definirati kao skup tržišta, institucija, zakona, propisa i tehnika pomoću kojih se trguje obveznicama, dionicama i drugim vrijednosnim papirima, određuje visina kamatne stope, i kroz koje se proizvode i daju financijske usluge. Njegov primarni cilj je rijetka sredstva, koja mogu biti pozajmljena, transferirati od onih koji štede ka onima kojima su potrebna, radi financiranja potrošnje i investicija. (vidi [13, str. 5])

Financijska tržišta usmjeravaju štednju, koja dolazi najvećim dijelom od stanovništva i privrede, onim pojedincima i institucijama koji u nekom trenutku trebaju više sredstava za potrošnju nego što im omogućuje tekući raspoloživi dohodak. U središtu su financijskog sustava, i određuju volumen raspoloživih zajmova, privlače štednju, te se na njima temeljem sila ponude i potražnje određuju kamatne stope i cijene vrijednosnih papira. (vidi [3, str. 21.])

Najvažnija podjela tržišta u financijskom sustavu temelji se na ročnosti instrumenata kojima se na njima trguje pa sukladno tome, razlikujemo tržište novca i tržište kapitala. Tržište novca služi za davanje kratkoročnih zajmova, odnosno za trgovanje kratkoročnim vrijednosnim papirima. Uobičajeno je vrijednosne papire i zajmove koji imaju rok dospjeća ispod jedne godine smatrati instrumentima tržišta novca.

Tržište kapitala je nastalo radi financiranja dugoročnih investicija od strane poslovnih tvrtki, država i domaćinstava. Financijski instrumenti na tržištu kapitala imaju rok dospjeća duži od jedne godine.

Najpoznatiji segment tržišta kapitala je tržište dionica, kojima se trguje na burzama te na drugim uređenim tržištima.

1.1. Općenito o tržištu dionica

Obična ili redovna dionica je potvrda o vlasništvu nad dioničkim društvom. Kako je riječ o vlasničkoj vrijednosnici, ona daje rezidualno pravo (pravo na ostatak stečajne mase po podmirenju svih vjerovnika) u odnosu na imovinu i dobit poslovne tvrtke. Obične dionice investitoru ne daju obećanje o prinosu kao primjerice dužničke vrijednosnice, već samo daju pravo pri podjeli imovine i dobiti, ako one postoje. (vidi [10, str. 53.])

Dionice su posebne i u pogledu njihova tržišta. Većina drugih tržišta vrijednosnih papira usko je vezana za proces kretanja sredstava od štediša ka konačnim zajmoprimcima, da bi se tako podržale investicije i ekonomski rast. Na tržištu dionica, međutim,

većina trgovanja uključuje kupovanje i prodaju vrijednosnica koje su ranije emitirane, a ne znači izmjenu financijskih prava za novi kapital. To znači da se veći dio prometa dionicama ostvaruje na sekundarnom tržištu .

Prema tome, trgovanje dionicama, u najvećem dijelu, nije usko u vezi s procesom štednje i investiranja u privredi, ukoliko nije riječ o novim emisijama dionica. Mali dio trgovanja dionicama koji se odvija na primarnom tržištu podrazumijeva prodaju novih dionica, te time izravno podržava poslovne investicije. Međutim, sekundarno tržište dionica ima značajan utjecaj na očekivanja tvrtki kada planiraju buduće investicije, pa time trgovanje dionicama na sekundarnom tržištu neizravno utječe na zapošljavanje, rast i uopće stanje gospodarstva.

1.1.1. Vrste dionica

Dionice predstavljaju vlasnički interes u dioničkom društvu. Pri sastavljanju financijskih izvještaja mogu se klasificirati kao imovina koja se drži radi trgovanja ili imovina raspoloživa za prodaju.

Razlikujemo obične (redovne) dionice i povlaštene (prioritetne) dionice.

Obične ili redovne dionice

Ta vrsta dionica je naznačajniji oblik u kojem se pojavljuju dionice. Obična dionica ovlašćuje vlasnika da sudjeluje u neto dobiti društva ako je ono poslovalo profitabilno te da dijeli tržišnu vrijednost (nakon što su plaćeni svi dugovi) imovine tvrtke ako se ona likvidira. Posjedujući redovne dionice, investitor je izložen punom riziku vlasništva, što znači da tvrtka može propasti ili dobit može pasti na neprihvatljivu razinu. Međutim, rizici vlasnika dionica su ograničeni, jer je dioničar odgovoran za obveze društva samo do iznosa svog uloga u dioničko društvo. (vidi [13, str. 252])

Ako se likvidira dioničko društvo koje je emitiralo dionice, iz imovine koja je u vlasništvu društva prvo se namiruju dugovi koje društvo ima. Povlašteni dioničari zatim dobivaju ugovorni dio preostalih sredstava. Ono što ostane na kraju pripada običnim dioničarima na proporcionalnoj osnovi.

Nominalna ili "par" vrijednost obične dionice je arbitrarno određena vrijednost koja se navodi na potvrdama o dionicama. "Par" vrijednost obično se postavlja niže od tekuće tržišne cijene dionice. Jedino današnje stvarno značenje "par" vrijednosti je da društvo ne može isplatiti onu dividendu koja bi smanjila neto vrijednost po dionici ispod "par" vrijednosti dionice.

Vlasnici običnih dionica imaju određena prava kad kupe dionice. Vlasništvo dionica im

dopušta da izabiru nadzorni odbor, koji pak izabire upravu dioničkog društva. Dioničar ima pravo sudjelovanja u radu skupštine te ima pravo pristupa popisu svih dioničara. Obični dioničari imaju pravo glasa o svim pitanjima koja se tiču imovine dioničkog društva kao cjeline, a to su spajanje, likvidacija, povećanje ili smanjenje glavnice te promjene statuta.

Za razliku od drugih vrijednosnih papira dionice u prosjeku daju veći prinos, ali to ujedno znači da postoji veći rizik ulaganja u dionice (zbog veće varijabilnosti prinosa koje daju dionice).

Povlaštene ili prioritetne dionice

Drugi glavni pojavni oblik dionice je prioritetna ili povlaštena dionica. Svaka povlaštena dionica donosi utvrđeni godišnji iznos dividende izražene u postotku nominalne vrijednosti dionice. Povlaštene dionice se nalaze između dužničkih i vlasničkih vrijednosnica te objedinjuju prednosti i nedostatke oba oblika pribavljanja dugoročnih financijskih sredstava. (vidi [13, str. 254])

Prioritetni dioničari imaju prioritetno pravo na imovinu i dobit tvrtke u odnosu na redovne dioničare. Međutim, vlasnici obveznica i drugi zajmodavci moraju biti plaćeni prije prioritetnih i običnih dioničara. Za razliku od zajmodavaca, povlašteni dioničari ne mogu pokrenuti stečaj ako im društvo ne isplati dividende.

Općenito, povlašteni dioničari nemaju pravo glasa u izboru nadzornog odbora, osim ukoliko tvrtka propusti isplatu dividendi u određenom razdoblju. Većina je povlaštenih dionica kumulativna, što znači da propuštanje isplate dividendi rezultira zaostatkom duga koji mora biti u cijelosti plaćen prije nego li išta bude isplaćeno običnim dioničarima. S točke gledišta investitora, povlaštene dionice predstavljaju investiciju koja je između obveznice i obične dionice. Povlaštene dionice daju obično veći prihod od obveznice, ali nose i veći rizik. Cijene se prioritetnih dionica mijenjaju više od cijene obveznica kod iste promjene kamatnih stopa. U usporedbi s običnim dionicama, povlaštene dionice općenito daju manji ukupni dohodak, ali su zato manje rizične. One su privlačne za investitore koji očekuju povoljnu, ali umjerenu stopu prinosa.

1.2. Kreditni rizik

Financijske organizacije izložene su brojnim rizicima. Razlozi su brojni: od nedovoljne diverzifikacije poslovanja i sklonosti ka ulaženju u rizične, a profitabilne aranžmane, do potresa na burzama i globalnih financijskih kriza. Sve veća izloženost djelovanju brojnih rizika, zahtjeva njihovo upravljanje i kontrolu.

Suvremena poslovna strategija počiva na tri važna činitelja: novac, vrijeme i rizik. Izvještaji financijskih institucija predstavljaju najvrjedniji izvor saznanja o tome što financijske institucije, odnosno poduzeća i banke rade u odnosu na identificiranje rizika i sve što poduzimaju kako bi njime što efikasnije upravljali.

Financijski rizik se ispoljava dvostruko, u materijalnom i nematerijalnom pogledu. Materijalna komponenta predstavlja gubitak dijela ili cijeli dio iznosa ulaganja, a nematerijalna komponenta predstavlja gubitak poslovnog ugleda.

U svom poslovanju menadžment u bankama svakodnevno prati kompromise između veličine rizika i veličine prihodnih stopa. Rizik gubitka nastaje uslijed mogućnosti da plasirana sredstva ne budu vraćena kroz amortizaciju kredita.

Prvi činitelj koji povezuje financijska tržišta je činjenica da je osnovno dobro kojim se trguje na svim tržištima kredit odnosno zajam. (vidi [13, str. 18])

Kredit se može definirati kao dužničko-vjerovnički odnos koji nastaje temeljem povjerenja između osobe koja posuđuje neka sredstva (vjerovnik, kreditor) i osobe koja prima ta sredstva uz obvezu vraćanja (dužnik, debitor) i druge kreditne uvjete.¹

Sukladno postojanju rizika na financijskom tržištu, pa tako i tržištu dionica, plauzibilno je pretpostaviti i postojanje kreditnog rizika. Kreditni rizik također uključuje detoraciju kreditnog rejtinga poduzeća, što podrazumijeva pad pozicije poduzeća na rejting listi.

Neke od definicija kreditnog rizika:²

Definicija 1.1 *Kreditni rizik je posljedica ugovorene i/ili moguće transakcije između davatelja i uzimatelja sredstava odnosno varijacija mogućih povrata koji bi se mogli zaraditi na financijskoj transakciji zbog zakašnjelog ili nepotpunog plaćanja glavnice i/ili kamata.*

¹definicija preuzeta sa stranice www.agram-brokeri.hr

²vidi [16]

Definicija 1.2 *Kreditni rizik je vjerojatnost da dužnik neće platiti/otplatiti dug (investorwords)*

Definicija 1.3 *Kreditni rizik je vjerojatnost da će klijent koji je dobio kredit otići u default.*

Definicija 1.4 *Kreditni rizik u užem smislu je vjerojatnost neplateži po ugovoru o novčanom kreditu.*

Definicija 1.5 *Kreditni rizik kod vlasničkih ulaganja je vjerojatnost da će izdavatelj vrijednosnog papira otići u default propuštanjem plaćanja glavnice i kamata na vrijeme.*

Default se prevodi kao status neispunjavanja obveza, stoga otići u default znači otići u status neispunjavanja obveza.

Prema Odluci o adekvatnosti kapitala ³, koju je propisala HNB, status neispunjavanja obveza druge ugovorne strane nastaje kada je ispunjen bilo koji ili oba sljedeća uvjeta:

- kreditna institucija smatra vjerojatnim da druga ugovorna strana neće u cijelosti otplatiti svoje kreditne obveze, ne uzimajući u obzir mogućnost naplate iz realizacije instrumenata osiguranja (ukoliko postoje)
- druga ugovorna strana kasni više od 90 dana po bilo kojoj materijalno značajnoj kreditnoj obvezi

Statusom neispunjavanja obveza neće se smatrati iznos dospjelog duga koji zadovoljava barem jedan od sljedećih uvjeta (prag materijalnosti):

- iznos dospjelog duga ne prelazi 500 kuna za izloženosti prema pravnim osobama, odnosno 100 kuna za izloženosti prema fizičkim osobama
- dospjeli iznos ne čini više od 2,5% ukupne izloženosti umanjene za dospjeli dio

³Odluka o adekvatnosti jamstvenog kapitala kreditnih institucija, Zagreb, 2. siječnja 2009.; dostupno na stranici www.hnb.hr

Drugi indikatori koje kreditna institucija može uzeti, a koji ukazuju na vjerojatnost da dužnik neće platiti svoje obveze:

- kreditna institucija je podnijela zahtjev za pokretanjem stečajnog postupka nad dužnikom ili sličan zahtjev vezano uz dužnikovu kreditnu obvezu prema kreditnoj instituciji
- nad dužnikom je podnesen ili je dužnik sam podnio zahtjev za pokretanjem stečajnog postupka ili drugog odgovarajućeg postupka koji će dovesti do izbjegavanja ili odgode plaćanja kreditne obveze dužnika prema kreditnoj instituciji

2. Black-Scholes model

2.1. Osnovni pojmovi i pretpostavke

Financijsko tržište može biti vrlo kompleksno. Model koji će se promatrati u radu je vrlo jednostavan i zahtijeva dvije vrste financijskih imovina: rizičnu i nerizičnu.

Dionica je najčešći oblik rizične imovine zbog nepredvidivog fluktuiranja cijene.

Dakle, ulaganje u dionice nosi određeni rizik. Ipak, investitori ulažu u rizičnu imovinu jer očekuju veći povrat u odnosu na nerizičnu imovinu, te su stoga spremni preuzeti rizik.

Nerizičnom imovinom smatra se onaj financijski instrument koji donosi siguran, predvidiv povrat. Novac i obveznica su primjeri nerizične imovine i njihova vrijednost je unaprijed poznata u bilo kojem trenutku: u $t = 0$ vrijednost iznosi 1, a u $t > 0$ $e^{r't}$, gdje je r' intenzitet kamate ili neprekidna kamatna stopa na tržištu.

Navedeni financijski instrumenti su osnovni financijski instrumenti. Osim njih postoje i izvedenice, vrijednosni papiri čija se vrijednost izvodi iz osnovnih financijskih instrumenata. Primjer izvedenih vrijednosnica su forward ugovori i opcije.

Osnovni cilj izvedenica je zaštititi vlasnike od rizika.

Forward transakcija je ona u kojoj je cijena dogovorena danas, ali isporuka i isplata imovine se u stvari događa na dogovoreni budući datum. Forward ugovor omogućuje da se unaprijed fiksira cijena neke imovine. Točnije rečeno, to je ugovor u kojem se jedna strana (kupac) obvezuje na kupnju, a druga strana (prodavatelj) na prodaju financijske imovine u trenutku dospijeaća po tzv. forward cijeni. Kupac imovine je po forward ugovoru u tzv. long poziciji, a prodavatelj u tzv. short poziciji. Kupac se ovim ugovorom želi zaštititi od velikog porasta cijena, a prodavatelj od pada.

Definicija 2.1 *Opcija je ugovor koji vlasniku ugovora daje pravo, ali ne i obvezu, kupiti ili prodati neku imovinu do određenog datuma (ili na određeni datum) po unaprijed dogovorenoj cijeni.*

Osnovno svojstvo opcije (po kojem se razlikuje od forward ugovora) je da vlasnik opcije ne mora kupiti, odnosno prodati imovinu. U ugovoru sudjeluju dvije strane: prodavatelj (pisac) opcije, tj. osoba koja izdaje opciju i kupac opcije, tj. osoba koja postaje vlasnik opcije.

U ovom radu koristit ćemo koncept europskih opcija, pri čemu razlikujemo europske call opcije (ECO) i europske put opcije (EPO). Obje vrste europskih opcija objašnjene su u sljedećem primjeru.

Primjer 2.1 Cijena jedne dionice Plive na dan 30.9.2009 iznosi $S_0 = 460.00$ kn.

Call opcija (opcija poziva, opcija kupnje) s danom dospijeca 30.12.2009. i cijenom izvršenja $K = 470.00$ kn je ugovor koji kupcu (vlasniku) opcije daje pravo na kupnju (od pisca (prodavatelja) opcije) jedne dionice Plive na dan 30.12.2009. po cijeni od $K = 470.00$ kn.

Put opcija (opcija ponude, opcija prodaje) s danom dospijeca 30.12.2009 i cijenom izvršenja $K = 470.00$ kn je ugovor koji kupcu opcije daje pravo na prodaju (pisцу opcije) jedne dionice Plive na dan 30.12.2009. po cijeni od $K = 470.00$ kn.

Neka je S_T tržišna cijena jedne dionice Plive na dan dospijeca 30.12.2009.

Pozicija kupca, odnosno vlasnika call opcije na dan dospijeca 30.12.2009. je sljedeća:

- a) ako je cijena $S_T > K = 470.00$, recimo $S_T = 500.00$ kn, vlasnik opcije će iskoristiti svoje pravo i kupiti od pisca jednu dionicu Plive za 470.00 kn, te je istog trenutka prodati na tržištu za tržišnu cijenu od $S_T = 500.00$ kn. Na taj način će kupac ostvariti profit od $S_T - K = 30.00$ kn.
- b) ako je cijena $S_T \leq K = 470.00$ kn, recimo $S_T = 450.00$ kn, vlasnik opcije ne koristi svoje pravo, jer na tržištu dionicu može kupiti jeftinije od cijene dospijeca.
- c) vrijednost europske call opcije za vlasnika na dan dospijeca jednaka je

$$\max(S_T - K, 0) = \max(30, 0) = 30\text{kn}$$

Pozicija prodavatelja call opcije na dan dospijeca 30.12.2009. je suprotna od kupčeve:

- a) ako je cijena $S_T > K = 470.00$, recimo $S_T = 500.00$ kn, prodavatelj opcije mora na zahtjev vlasnika opcije prodati dionicu Plive za $K = 470.00$ kn, dok je tržišna vrijednost $S_T = 500.00$ kn te gubi 30.00 kn.
- b) ako je cijena $S_T \leq K = 470.00$ kn, kupac ne koristi ugovor, te pisac ništa ne gubi.
- c) vrijednost europske call opcije za prodavatelja na dan dospijeca jednaka je

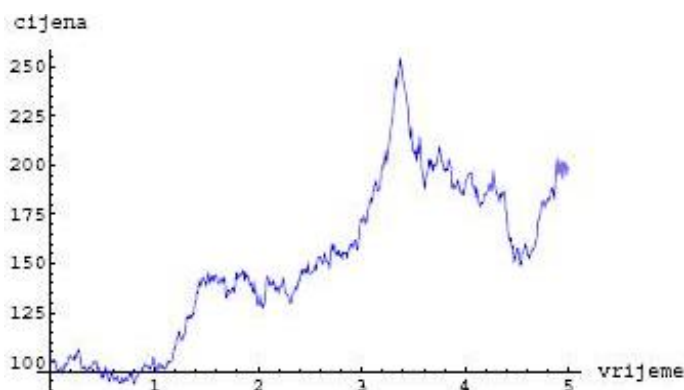
$$-\max(S_T - K, 0) = -\max(30, 0)$$

Budući da vlasnik opcije može samo dobiti ugovorom, a pisac opcije samo izgubiti, jasno je da pisac mora od kupca tražiti premiju za pravo koje opcija daje. Ta premija je cijena opcije koju kupac mora platiti piscu na dan izdavanja opcije.

Osnovne pretpostavke o financijskom tržištu:

1. cijene svih osnovnih rizičnih imovina u trenutku $t = 0$ su poznate, a za $t > 0$ cijene rizične imovine mogu se modelirati nenegativnim slučajnim varijablama.
2. sve stranke na tržištu imaju isti pristup relevantnim informacijama
3. ne postoje troškovi transakcije
4. sva financijska imovina je beskonačno djeljiva i likvidna
5. postoji mogućnost short selling-a⁴
6. kamatna stopa jednaka je za posuđivanje i ulaganje

Grafički prikaz kretanja cijena dionica kroz određeno vremensko razdoblje prikazan je na sljedećoj slici:



Slika 2.1 Graf kretanja cijena dionica ⁵

Ovakvi grafovi obično uključuju zaključne cijene trgovanja. Iako su cijene dane za diskretne vremenske trenutke (dani), iz praktičnih razloga kretanje cijena dionica smatrat će se neprekidnim. U daljnjem tekstu pokazat će se kako se cijene dionica mogu modelirati slučajnim procesom poznatim kao geometrijsko Brownovo gibanje.

⁴Short selling je proces gdje investitori prodaju dionice i drugu rizičnu financijsku imovinu koju ne posjeduju, tj. koja nije u njihovom vlasništvu. (nije dozvoljeno u Republici Hrvatskoj)

⁵preuzeto iz [17, str. 14]

2.2. Brownovo gibanje i Itôva formula za Brownovo gibanje

Definicija 2.2 *Neka je $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ vjerojatnosni prostor. Slučajni proces $(B_t, t \geq 0)$ je Brownovo gibanje ako vrijedi:*

(i) *Putovi $t \mapsto B_t(\omega)$ su neprekidne funkcije sa \mathbb{R}_+ u \mathbb{R} (za g.s. $\omega \in \Omega$).*

(ii) $B_0 = 0$

(iii) *Za sve $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_m$ su prirasti*

$$B_{t_1} - B_{t_0}, B_{t_2} - B_{t_1}, \dots, B_{t_m} - B_{t_{m-1}}$$

nezavisni.

(iv) *za sve $0 \leq s < t$ je prirast $B_t - B_s$ normalno distribuiran s očekivanjem 0 i varijancom $t - s$.*

Jedna transformacija Brownovog gibanja koju ćemo koristiti u ovom radu je geometrijsko Brownovo gibanje:

Definicija 2.3 *Neka su $\alpha \in \mathbb{R}$ i $\sigma > 0$ konstante. Geometrijsko Brownovo gibanje je slučajni proces $(S_t, t \geq 0)$, gdje je S_t definiran sa*

$$S_t = S_0 \exp\left\{\sigma B_t + \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right\}.$$

Parametar σ se interpretira kao volatilnost (promjenjivost cijene) rizične imovine, odnosno mjeri stupanj rizika dionice. Ako se eliminira rizik, odnosno ako je $\sigma = 0$, tada je cijena dionice deterministička veličina te raste eksponencijalno kao i vrijednost nerizične imovine. Parametar α označava srednju stopu povrata imovine.

Detaljnije objašnjenje parametara uslijedit će u nastavku rada.

Uvedimo pojam Itôvog stohastičkog integrala :

Kao što je već rečeno, (B_t) je Brownovo gibanje, a (\mathcal{F}_t) njegova prirodna filtracija.

Definicija 2.4 *Neka je $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ vjerojatnosni prostor. Familija σ -algebri $(\mathcal{F}_t, t \geq 0)$ takva da vrijedi $\mathcal{F}_t \subseteq \mathcal{F}_{t+1}$ naziva se filtracija.*

Filtracijom se na financijskom tržištu modelira rastuća količina informacija o cijenama rizične imovine kroz vrijeme. Tako σ -algebra \mathcal{F}_t iz filtracije sadrži informacije o cijenama dionica zaključno s trenutnom t , odnosno sve informacije o slučajnim varijablama S_1, \dots, S_t (kojima modeliramo cijenu dionice na promatranom financijskom tržištu u trenucima $1, \dots, t$) kao funkcijama elementarnog događaja $\omega \in \Omega$.

Definicija 2.5 Za slučajni proces $(Z_t, t \geq 0)$ kažemo da je adaptiran na filtraciju (\mathcal{F}_t) ako je Z_t izmjeriva u odnosu na \mathcal{F}_t za svaki $t \geq 0$.

Definicija 2.6 Slučajni proces $(C_t)_{t \in [0, T]}$ je jednostavan ako postoji particija $(t_i)_{i=0, \dots, t}$ intervala $[0, T]$ tako da vrijedi

$$C_t = \sum_{i=1}^n 1_{[t_{i-1}, t_i)}(t) \cdot Z_i$$

gdje su Z_i slučajne varijable koje su $\mathcal{F}_{t_{i-1}}$ -izmjerive.

Itôv stohastički integral jednostavnog procesa (C_t) na intervalu $[0, t]$, pri čemu je $t < T$ definira se sljedećim izrazom:

$$I_t = \int_0^t C_s dB_s = \sum_{i=1}^{k-1} Z_i (B_{t_i} - B_{t_{i-1}}) + Z_k (B_t - B_{t_{k-1}})$$

gdje je $t \in [t_{k-1}, t_k)$, i specijalno vrijedi:

$$\int_0^T C_s dB_s = \sum_{i=1}^{k-1} Z_i (B_{t_i} - B_{t_{i-1}}), \quad \int_0^0 C_s dB_s = 0.$$

Nadalje, potrebno je uvažiti sljedeću pretpostavku kako bi se integrand u $\int_0^T B_s dB_s$ mogao aproksimirati jednostavnim procesima: (vidi [17, str. 115])

Proces (C_s) je adaptiran na prirodnu filtraciju Brownovog gibanja i zadovoljava

$$\int_0^T EC_s^2 ds < \infty. \quad (2.1)$$

Lema 2.1 (vidi [17, str. 115])

Neka je (C_s) proces adaptiran na prirodnu filtraciju Brownovog gibanja i neka zadovoljava (2.1). Tada postoji niz $(C_s^{(n)}, n \geq 1)$ jednostavnih procesa takav da je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \int_0^T |C_s^{(n)} - C_s|^2 ds = 0 \quad (2.2)$$

■

Sada se integral $I_t = \int_0^t C_s dB_s$ može definirati zaobilaznim putem pomoću integrala: $I_t^{(n)} = \int_0^t C_s^{(n)} dB_s$.

Uvažavajući lemu 2.1 te svojstvo izometričnosti Itôvog integrala ⁶, zaključuje se da je $(I_t^{(n)})$ Cauchyjev niz u odnosu na L_2 normu u prostoru $L^2(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ te da ima limes koji je upravo Itôv integral I_t .

Slijedi teorem (Itôva formula za Brownovo gibanje) koji daje precizne uvjete uz koje vrijedi Itôva formula koju koristimo u dokazima važnih svojstava slučajnih procesa koji se koriste za modeliranje na financijskom tržištu u neprekidnom vremenu:

Teorem 2.1 (vidi [17, str. 119])

Neka je $f(t, x)$ funkcija koja ima neprekidne parcijalne derivacije $f_t(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} f(t, x)$, $f_x(t, x) = \frac{\partial}{\partial x} f(t, x)$, $f_{xx}(t, x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(t, x)$ te neka je B_t Brownovo gibanje. Tada za svaki $T \geq 0$ vrijedi

$$f(T, B_T) = f(0, B_0) + \int_0^T f_t(t, B_t) dt + \int_0^T f_x(t, B_t) dB_t + \frac{1}{2} \int_0^T f_{xx}(t, B_t) dt. \quad (2.3)$$

■

⁶vidi [17, str.112]

2.3. Black-Scholes jednadžba

Uz osnovne pretpostavke o financijskom tržištu, model dodatno pretpostavlja:

1. trgovanje je moguće neprekidno u vremenskom intervalu $[0, \infty)$
2. trguje se sa dva financijska instrumenta:
 - jedna nerizična imovina (novac) koja se ukamaćuje po kamatnoj stopi r
 - jedna rizična imovina (dionica) čiju cijenu S_t u trenutku $t \in [0, \infty)$ modeliramo pomoću geometrijskog Brownovog gibanja:

$$S_t = S_0 \exp\left\{\sigma B_t + \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right\}$$

gdje je S_0 konstanta koja označava početnu vrijednost dionice.

Može se pokazati da S_t predstavlja jako rješenje stohastičke diferencijalne jednadžbe

$$dS_t = \alpha S_t dt + \sigma S_t dB_t \quad (2.4)$$

ili “naivno” :

$$\frac{S_{t+dt} - S_t}{S_t} = \alpha dt + \sigma(B_{t+dt} - B_t) \quad (2.5)$$

Lijeva strana izraza (2.5) predstavlja relativan povrat od rizične imovine u vremenskom intervalu duljine dt , parametar α označava očekivanu ili srednju stopu povrata, a σ volatilnost dionice.

Poznato je da član $\sigma(B_{t+dt} - B_t)$ u jednadžbi (2.5) ima normalnu razdiobu $\mathcal{N}(0, \sigma^2 dt)$ te na osnovu toga može se doći do sljedećih rezultata:

$$\begin{aligned} E\left[\frac{S_{t+dt} - S_t}{S_t}\right] &= E\left[\alpha dt + \sigma(B_{t+dt} - B_t)\right] \\ &= \alpha dt + \sigma \cdot 0 \\ &= \alpha dt \end{aligned}$$

i

$$\begin{aligned} Var\left(\frac{S_{t+dt} - S_t}{S_t}\right) &= Var\left(\alpha dt + \sigma(B_{t+dt} - B_t)\right) \\ &= Var\left(\sigma(B_{t+dt} - B_t)\right) \\ &= \sigma^2 dt \end{aligned}$$

iz čega slijedi $sd\left(\frac{S_{t+dt} - S_t}{S_t}\right) = \sigma\sqrt{dt}$.

Dakle, veći iznos σ na intervalu fiksne duljine dt uzrokuje povećanje standardne devijacije relativnog povrata.

Neka se pretpostavi da je u trenutku t vrijednost investiranog portfelja X_t i neka investitor posjeduje Δ_t dionica. Pozicija u dionicama može biti slučajna, ali mora biti adaptirana na filtraciju Brownovog gibanja.

$X_t - \Delta_t S_t$ predstavlja ostatak vrijednosti portfelja koji je uloženi u tržište novca. Promjena vrijednosti portfelja, dX_t , od trenutka t do $(t + dt)$ nastaje zbog promjene vrijednosti dionice koja dovodi do $\Delta_t dS_t$ i kamate na spomenuti ostatak vrijednosti portfelja koja iznosi $r(X_t - \Delta_t S_t)dt$.

Promjena se iskazuje kao: (vidi [17, str.130])

$$\begin{aligned} dX_t &= \Delta_t dS_t + r(X_t - \Delta_t S_t)dt \\ &= \Delta_t(\alpha S_t dt + \sigma S_t dB_t) + r(X_t - \Delta_t S_t)dt \\ &= rX_t dt + \Delta_t(\alpha - r)S_t dt + \Delta_t \sigma S_t dB_t \end{aligned}$$

pri čemu je r srednja stopa povrata na portfelj, $\alpha - r$ premija za rizik za investiranje u rizičnu imovinu, a $\Delta_t \sigma S_t dB_t$ je volatilan član proporcionalan veličini investicije u rizičnu imovinu.

Nadalje, neka je $(S_T - K)_+$ vrijednost call opcije u trenutku T , gdje je T vrijeme dospijeca a K cijena izvršenja.

U nastavku rada odredit će se vrijednost call opcije u trenutku $t \in [0, T)$, $c(t, x)$, pri čemu je x cijena dionice u tom trenutku ($S_t = x$).

Može se primijetiti da je $(c(t, S_t) : 0 \leq t \leq T)$ slučajan proces te se uz primjenu Itôve formule određuju diferencijali : (vidi [17, str.132])

$$\begin{aligned} dc(t, S_t) &= c_t(t, S_t)dt + c_x(t, S_t)dS_t + \frac{1}{2}c_{xx}(t, S_t)dS_t dS_t \\ &= c_t(t, S_t)dt + c_x(t, S_t)(\alpha S_t dt + \sigma S_t dB_t) \\ &\quad + \frac{1}{2}c_{xx}(t, S_t)\sigma^2 S_t^2 dt \\ &= \left[c_t(t, S_t) + \alpha S_t c_x(t, S_t) + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 c_{xx}(t, S_t) \right] dt \\ &\quad + \sigma S_t c_x(t, S_t)dB_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d(e^{-rt}c(t, S_t)) &= df(t, c(t, S_t)) \\
&= f_t(t, c(t, S_t))dt + f_x(t, c(t, S_t))dc(t, S_t) \\
&\quad + \frac{1}{2}f_{xx}(t, c(t, S_t))dc(t, S_t)dc(t, S_t) \\
&= -re^{-rt}c(t, S_t)dt + e^{-rt}dc(t, S_t) \\
&= e^{-rt} \left[-rc(t, S_t) + c_t(t, S_t) + \alpha S_t c_x(t, S_t) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 c_{xx}(t, S_t) \right] dt + e^{-rt}\sigma S_t c_x(t, S_t)dB_t.
\end{aligned}$$

Da bi se odredila cijena opcije treba vrijediti $X_t = c(t, S_t), \forall t \in [0, T]$ tj. vrijednost opcije treba biti jednaka vrijednosti replicirajućeg portfelja u svakom trenutku t definiranom na ovaj način. Jednakost će vrijediti i nakon diskontiranja uz sljedeće uvjete:

$$\begin{aligned}
X_0 &= c(0, S_0) \\
d(e^{-rt}X_t) &= d(e^{-rt}c(t, S_t)) \tag{2.6}
\end{aligned}$$

pri čemu je $d(e^{-rt}X_t)$ diferencijal diskontirane vrijednosti portfelja X_t čija se vrijednost pronalazi analogno prethodnom računu i iznosi:

$$d(e^{-rt}X_t) = \Delta_t d(e^{-rt}S_t).$$

Izjednačavajući članove u izrazu (2.6) te nakon kraćeg računanja može se zaključiti da funkcija $c(t, x)$ zadovoljava sljedeću parcijalnu diferencijalnu jednadžbu: (vidi [17, str.133])

$$c_t(t, x) + rxc_x(t, x) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 c_{xx}(t, x) = rc(t, x) \quad \text{za sve } t \in [0, T], x \geq 0 \tag{2.7}$$

i zove se Black-Scholes parcijalna diferencijalna jednadžba (BS jednadžba).

Rješenje se traži uz početni uvjet $c(T, x) = (x - K)_+$ i rubne uvjete u $x = 0$ i $x = \infty$:

$$c(t, 0) = 0 \quad \text{za sve } t \in [0, T)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [c(t, x) - (x - e^{-r(T-t)}K)] = 0 \quad \text{za sve } t \in [0, T].$$

Rješenje jednadžbe (2.7) dano je formulom: (vidi [17, str.134])

$$c(t, x) = xN(d_+(T - t, x)) - Ke^{-r(T-t)}N(d_-(T - t, x)), \quad 0 \leq t \leq T, x > 0 \quad (2.8)$$

gdje je

$$d_{\pm}(\tau, x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}} \left[\ln \frac{x}{K} + \left(r \pm \frac{\sigma^2}{2} \right) \tau \right],$$

a N funkcija distribucije standardne normalne slučajne varijable.

Uvede li se notacija:

$$BS(\tau, x; K, r, \sigma) = xN(d_+(\tau, x)) - Ke^{-r\tau}N(d_-(\tau, x)), \quad (2.9)$$

funkcija $BS(\cdot)$ će se zvati Black-Scholes funkcija.

Dakle, vrijednost opcije poziva ovisi o : preostalom vremenu do isteka opcije $\tau = T - t$, trenutnoj cijeni dionice x , cijeni izvršenja K , kamatnoj stopi r i volatilnosti σ . Srednja stopa povrata na dionicu, α , ne utječe na cijenu opcije.

3. EDF Model

Tržište dionica može se promatrati kao mehanizam za procjenu imovine dioničkih društava.⁷ Informacije o ekonomiji, industriji i poduzećima putuju velikom brzinom investicijskim analitičarima te velikim i malim investitorima. Kao rezultat toga, cijene dionica fluktuiraju tijekom poslovnog dana. Vodeći primjer kreditne mjere bazirane na burzi dionica je relativna učestalost defaulta, EDF⁸ model od strane KMV-a⁹. U svrhu boljeg shvaćanja modela, potrebno je reći par riječi o modernim financijama te metodama baziranim na opcijama. Prema [4, str.139], najboljim modelima kreditnog rizika u današnje vrijeme smatraju se EDF i ZETA¹⁰ model.

3.1. Teorija opcija

3.1.1. Prethodnici teorije opcija

Kapitalna struktura kombinacija je dugova, kapitala i ostale pasive koje poduzeće koristi kako bi financiralo svoju imovinu (aktivu).

Odrednice kapitalnih struktura korporacija izučavali su 1950-ih godina Franco Modigliani i Merton Miller. Prije njih smatralo se da rastom financijske poluge¹¹ do određene razine raste i povrat na dug. Međutim, kada se ta razina prekorači dodatno zaduživanje postaje nepoželjno.

Dijelom, taj pogled je baziran na ideji da je politika investiranja poduzeća u svezi sa kapitalnom strukturom. Pitanje prinosa na dug ovisilo bi o tome kako poduzeće namjerava iskoristiti profit. Kako poduzeće više investira, njegov prihod na investiranje opada. Dakle, postoji određena razina financijske poluge koja će minimizirati ukupni trošak kapitala.

⁷Dioničkim društvom nazivamo takvo trgovačko društvo koje je odvojeni pravni subjekt od pojedinačnih vlasnika, dioničara. Osobna odgovornost vlasnika ograničena je na iznos njihova pojedinačnog ulaganja u društvo. (vidi [10, str. 53])

⁸engl. expected default frequency

⁹Moody's je američka korporacija koja se bavi pružanjem usluga vezanih uz financijska tržišta. Kompanija je majka Moody's Investors Service i Moody's Analytics. Moody's KMV sastavni je dio Moody's Analytics-a. Bavi se istraživanjem i proizvodnjom softvera za kreditnu analizu.

¹⁰ZETA model je model procjene rizika defaulta industrijskih poduzeća. Kreirali su ga 1977 godine E.I. Altman, R.G. Haldeman i P. Narayanan. U modelu je upotrijebljena multivarijantna diskriminacijska analiza uz primjenu linearne i kvadratne strukture. Model uključuje kao objašnjavajuće varijable pokazatelje omjerne analize, npr. profitabilnost, stabilnost prihoda, likvidnost, sposobnost servisiranja duga. (detaljnije o modelu pogledati u [16])

¹¹Financijska poluga se može definirati kao upotreba obveza u kapitalnoj strukturi. Što poduzeće ima više obveza kao postotak od imovine, to je veći stupanj financijske poluge.

Modigliani i Miller su pokazali da je, uz određene uvjete, ukupni trošak kapitala (očekivana profitabilnost investicije) neovisan o kombinaciji duga i kapitala. (vidi[4, str.140])

Pristup problemu bio je odvojeno sagledati odluku investiranja i odluku financiranja. Plan investiranja podrazumijevao je očekivani novčani tijek poduzeća što je impliciralo trenutnu tržišnu vrijednost poduzeća. Tako je tržišna vrijednost postala glavna značajka poduzeća. Tržišne vrijednosti duga, kapitala i ostale pasive poduzeća, dane su postojećoj vrijednosti poduzeća. Dakle, očekivani novčani tijekovi poduzeća određuju njegovu ukupnu vrijednost dok kapitalna struktura prezentira razdiobu novčanog tijeka onima koji dobivaju kapital.

Prema [4, str.140] više duga označava da vlasnici duga dobivaju više kapitala i primaju više novčanog toka poduzeća. Ipak, više duga nije bitno uvećavalo ili umanjivalo vrijednost poduzeća, jer je to razmatrano odvojeno od programa investiranja.

Nažalost, u to vrijeme nije bio poznat način odvojenog određivanje vrijednosti duga i kapitala. Svijet je morao čekati na razvoj teorije opcija.

Prema pravilima duga, vlasnici duga isplaćuju se prije vlasnika kapitala. Vrijednost duga može se promatrati kao pravo potraživanja s višim prioritetom na novčani tijek poduzeća, a vrijednost kapitala kao pravo potraživanja s nižim prioritetom. Odnosno, vlasnici duga mogu se smatrati vjerovnicima višeg isplatnog reda dok se vlasnici kapitala mogu smatrati vjerovnicima nižeg isplatnog reda.

3.1.2. Kapital je opcija kupnje

Određivanje cijena opcija koje su izučavali F. Black i M. Scholes usko je povezano sa teorijom kapitalnih struktura Modigliania i Millera. Pravo potraživanja kapitalne strukture s nižim i višim prioritetom može se promatrati u kontekstu opcija. Vrijednost kapitala poduzeća određuje se povezivanjem sa tržišnom vrijednosti poduzeća. Određivanje cijena opcija upotpunjuje teoriju kapitalne strukture kada su Modigliani i Miller shvatili da su kapital i dugovi izvedenice.

Neka se promatra holding¹² poduzeće čija se imovina sastoji od dionica javnog trgovačkog poduzeća, primjerice IBM-a. (vidi [4, str. 142])

Pretpostavimo da ima dug i kapital te da se dug sastoji od jedne diskontne zadužnice, roka dospijeca jedne godine. Neka je D nominalna vrijednost zadužnice. To znači da

¹²Holding poduzeće je poslovna organizacija kojoj je svrha držati u vlasništvu dionice drugih poduzeća. (detaljnije vidi u [10 str. 53.]

poduzeće mora načiniti jednu isplatu od D u roku jedne godine, ili će otići u default. Ako ode u default, vraća se preko svoje imovine vjerovniku (vlasniku vrijednosnice), i njegov kapital je beznačajan.

Pod kojim uvjetima će poduzeće otići u default?

Ako vrijednost imovine, dionice IBM-a, vrijede više od D tijekom godine, tada poduzeće neće otići u default. Ako proda dovoljno IBM dionica, može isplatiti dug i još zadržati razliku između vrijednosti dionice i D . S druge strane, ako IBM dionice vrijede manje od D , tada će poduzeće htjeti otići u default, jer će radije dati vjerovniku dionice, nego pronaći dodatni novac kako bi isplatilo dugove. Ako bi i došlo do novca, neće imati koristi jer će sav novac otići na otplatu duga. S druge pak strane, ako poduzeće ode u default, dodatni novac može iskoristiti za formiranje novog poduzeća. Ukratko, poduzeće će otići u default i kapital će izgubiti na vrijednosti ako imovina vrijedi manje od D u jednoj godini. Poduzeće neće otići u default i kapital će vrijediti razlici vrijednosti imovine i vrijednosti od D ako imovina vrijedi više od D u jednoj godini.

Kapital holding poduzeća u ovom primjeru ima potpuno jednaku vrijednost kao i call opcija iste količine IBM dionica koju drži poduzeće, s ukupnom tržišnom cijenom D . Opcija bi bila iskorištena kada bi IBM dionice vrijedile više od D , a isplata bi bila razlika između vrijednosti IBM dionica i D ; u suprotnom opcija bi bila bezvrijedna.¹³ Drugim riječima, kapital poduzeća je call opcija imovine poduzeća, gdje su izvršna cijena D i dospijeće dani nominalnom vrijednosti i dospijećem duga. Kapital poduzeća se može eksplicitno odrediti ako su poznate nominalna vrijednost i dospijeće duga, vrijednost imovine u sadašnjosti i volatilnost imovine.

Za ovaj jednostavan primjer može se upotrijebiti Black-Scholes formula određivanja cijena opcija. U složenijim situacijama B-S formula ne vrijedi, ali se generalni pristup može zadržati kako bi se izvela vrijednost kapitala poduzeća.

Sa stajališta kreditne analize, zanimljivo je gledište da se default može shvatiti kao neuspjeh izvršenja opcije. Vlasnici dionica posjeduju poduzeće, ali ako je ono dovoljno slabo neće izvršiti opciju, nego će radije dopustiti da vlasništvo prijeđe u ruke vlasnicima dugova umjesto da se izvrši isplata duga.

¹³IBM dionice = S_t ; $D = K$; isplata = $\max(S_t - K, 0)$

3.1.3. Dug je opcija prodaje

Ovaj se slučaj također može preinačiti ako se upotrijebi takozvani “ put-call princip ”. Princip kaže da je kupnja call opcije sa izvršnom cijenom D ekvivalentna posjedovanju temeljne imovine, s otplatom u vrijednosti D i držanju (posjedovanju) put opcije D .

Ako imovina po dospijeću vrijedi manje od D , prodaje se po cijeni D pomoću put opcije te se isplaćuje dug (nema viška prihoda). S druge strane, ako imovina vrijedi više od D , prodaje se te se od toga podmiruju dugovanja, bez upotrebljavanja put opcije. (vidi [4, str. 143])

Obje metode rezultiraju istom isplatom kao i call opcija, zbog istovrijednosti. Ako se iskoristi ta tvrdnja (jer je kapital call opcija), interpretacija je sljedeća: vlasnici dionica posjeduju imovinu, posuđuju iznos D , i posjeduju put opciju koja omogućuje da prodaju imovinu u vrijednosti D .

Dakle, kada su vlasnici duga poduzeća (vjerovnici), posudili sredstva poduzeću, prepoznajući mogućnost defaulta, u isto to vrijeme također su prodali put opciju vlasnicima dionica. Put opcija omogućuje vlasnicima dionica da iskoriste imovinu umjesto otplate duga. Zbog toga, dug poduzeća je kao zajam bez rizika defaulta iznosa D umanjenog za put opciju.

Dug poduzeća uvijek vrijedi manje od duga bez rizika defaulta jer je manji za put opciju. Što je veći rizik defaulta poduzeća, to je put opcija vrijednija, a dug manje vrijedi.

3.2. EDF model-model kreditnog rizika

KMV korporacija (1995) kreirala je pristup za procjenu vjerojatnosti defaulta poduzeća koji je konceptualno baziran na BS pristupu.

U tri koraka, određuje relativnu učestalost defaulta poduzeća. EDF je vjerojatnost defaulta tijekom određenog vremena, najčešće jedne godine, odnosno mjera kreditnog rizika za dionička društva.

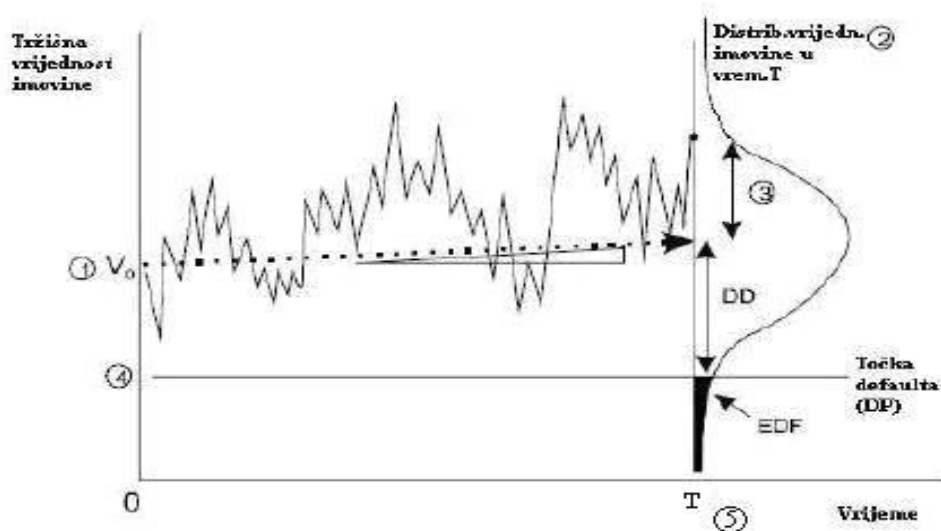
Prema [4, str.144], polazište EDF modela je tvrdnja koja kaže da će poduzeće otići u default ako je vrijednost imovine manja od vrijednosti obveza.

Dakle, dok je vrijednost imovine manja od vrijednosti obveza, vrijednost kapitala jednaka je nuli (sva imovina pripada vlasnicima duga). Kada vrijednost imovine postane veća od vrijednosti obveza, vlasnicima kapitala isplaćuje se preostala vrijednost tvrtke

te isplata raste linearno s vrijednošću imovine.

Pet varijabli određuje vjerojatnost defaulta poduzeća tijekom određenog vremenskog perioda: (vidi [2, str. 13])

1. Trenutna tržišna vrijednost imovine
2. Distribucija vrijednosti imovine u vremenu T
3. Volatilitnost vrijednosti imovine
4. Razina točke defaulta (DP), knjigovodstvena vrijednost obveza
5. Duljina vremenskog perioda, T



Slika 3.1 Shematski prikaz modela ¹⁴

¹⁴preuzeto iz [2]

Tri su koraka u određivanju vjerojatnosti defaulta poduzeća:

1. Procjena vrijednosti imovine i volatilnosti imovine: vrijednost i volatilnost imovine procjenjuje se iz tržišne vrijednosti i volatilnosti kapitala i knjigovodstvene vrijednosti obveza
2. Računanje udaljenosti od defaulta: udaljenost od defaulta (DD) računa se iz vrijednosti i volatilnosti imovine, procijenjenih u prvom koraku, i knjigovodstvene vrijednosti obveza
3. Računanje vjerojatnosti defaulta: vjerojatnost defaulta određuje se direktno iz udaljenosti od defaulta

U prvom koraku procjenjuje se tržišna vrijednost i volatilnost poduzeća na temelju tržišne vrijednosti dionica tog poduzeća, volatilnosti dionica i knjigovodstvene vrijednosti pasive.

Koristeći prethodno opisan pristup opcija, tržišna vrijednost kapitala može se izraziti kao vrijednost opcije kupnje, kao što slijedi:

$$E = f(V, D, \sigma_a, \tau)$$

Za funkciju f uzima se Black-Scholes formula za opcije. To rezultira sljedećim izrazom: (vidi [4, str.144.])

$$E = V \cdot N(d_+) - D \cdot e^{-r\tau} \cdot N(d_-) \quad (3.10)$$

gdje su:

E - trenutna tržišna vrijednost kapitala (vrijednost opcije kupnje)

D - knjigovodstvena vrijednost obveza (izvršna cijena opcije kupnje)

V - tržišna vrijednost imovine

τ - vremenski period (vrijeme do dospijea opcije kupnje)

r - bezrizična kamatna stopa

σ_a - volatilnost imovine

N - funkcija distribucije standardne normalne razdiobe čija se vrijednost računa u d_+ i d_- , gdje je:

$$d_+ = \frac{\ln\left(\frac{V}{D}\right) + \left(r + \frac{1}{2} \cdot \sigma_a^2\right) \cdot \tau}{\sigma_a \cdot \sqrt{\tau}}$$

$$d_- = d_+ - \sigma_a \cdot \sqrt{\tau}$$

U jednadžbi (3.10) dvije su nepoznanice: tržišna vrijednost imovine (V) i volatilnost vrijednosti imovine (σ_a). Međutim, moguće je izvesti još jednu jednadžbu iz (3.10): (vidi [4, str. 145.]

$$\sigma_e = g(D, V, \sigma_a, \tau)$$

Ponovno, jednadžba se može promatrati pomoću Black-Scholes formule. Da bismo odredili analitičku definiciju funkcije g , prema [5] i [14], potrebno je primijeniti Itôvu lemu tako što se načini prva derivacija obje strane jednadžbe (3.10) po varijabli V , te se nakon toga primijeni operator očekivanja.

Slijedi izraz:

$$\sigma_e = \frac{N(d_+) \cdot V \cdot \sigma_a}{E} \quad (3.11)$$

U jednadžbama (3.10) i (3.11), poznate varijable su tržišna vrijednost kapitala (E), volatilnost kapitala σ_e , procijenjena iz povijesnih podataka, knjigovodstvena vrijednost obveza (D), i vremenski period (τ).

Dvije nepoznanice su tržišna vrijednost imovine (V) i volatilnost imovine (σ_a).

Rješenje se može pronaći jer su u pitanju dvije jednadžbe s dvije nepoznanice. Time završava prvi korak.

Rizik imovine izračunava se pomoću volatilnosti imovine, odnosno standardne devijacije godišnje postotne promjene u vrijednosti imovine.

Primarno ovisi o promjenama u tržišnoj vrijednosti kapitala i knjigovodstvenoj vrijednosti obveza. Ako su fluktuacije tih vrijednosti velike i učestale, volatilnost imovine je veća. (vidi [7])

Uzmimo da je vrijednost imovine 44.1 milijun kuna, a poslovni rizik je 21%. To znači da će jedna standardna devijacija pomaka u vrijednosti imovine dodati ili oduzeti približno devet milijuna kuna od vrijednosti imovine koja iznosi 44.1 milijun kuna. (vidi [2])

Volatilnost imovine, u svezi je, ali ipak različita od volatilnosti kapitala. Financijska poluga poduzeća ima ulogu povećanja volatilnosti imovine. Kao rezultat toga, industrije s niskom volatilnosti imovine (banke) nastoje povećati iznos poluge, dok industrije s visokom volatilnosti imovine (poduzeća za razvoj softvera) nastoje smanjiti iznos poluge.

Nasuprot tome, volatilnost kapitala je puno manje diferencirana industrijom i veličinom

imovine.

U drugom koraku, određuje se točka defaulta na osnovu podataka o pasivi poduzeća. Testiranja su pokazala da se točka defaulta, vrijednost imovine pri kojoj će poduzeće otići u default, nalazi između dugoročnih i kratkoročnih obveza.

Neto vrijednost poduzeća je tržišna vrijednost imovine umanjena za točku defaulta. (vidi [2])

Tržišnu neto vrijednost treba shvatiti u kontekstu rizika poslovanja.

Poduzeća u prehrambenoj industriji mogu si priuštiti višu razinu financijske poluge (nižu tržišnu neto vrijednost) od poduzeća koja se bave visokom tehnologijom, jer im je posao, a posljedično i vrijednost imovine stabilnija i manje neizvjesna.

U prethodnim analizama pretpostavljalo se da će poduzeće otići u default ako ukupna tržišna vrijednost prelazi knjigovodstvenu vrijednost obveza (pasive). U tom trenutku vrijednost poduzeća bi trebala biti dovoljna kako bi se isplatile obveze. Temeljeno na empirijskim analizama defaulta, KMV je otkrio da je najučestalija točka defaulta onda kada je vrijednost poduzeća aproksimativno jednaka tekućim obvezama uvećanim za 50% vrijednosti dugoročnih obveza. (vidi [4, str.146])

Na osnovu danih vrijednosti poduzeća i točke defaulta, KMV određuje postotno smanjenje vrijednosti poduzeća koje bi ga dovelo do točke defaulta.

Na primjer, ako je očekivana vrijednost poduzeća u jednoj godini 100, a točka defaulta je 25, tada će 75%-tno smanjenje u vrijednosti imovine dovesti do točke defaulta.

Vjerodostojnost smanjenja od 75% ovisi o volatilnosti poduzeća. Razdjeljujući postotno smanjenje po volatilnosti, KMV kontrolira efekt različitih volatilnosti. Znači, ako je volatilnost poduzeća 15% godišnje, tada će smanjenje od 75% odgovarati događaju jednakom pet standardnih devijacija.

Broj standardnih devijacija koje vrijednost imovine mora “ispustiti” kako bi dosegla točku defaulta naziva se udaljenost od defaulta. Matematički to se može izraziti kao: (vidi [2])

$$DD = \frac{V - DP}{V \cdot \sigma_a} \quad (3.12)$$

pri čemu je:

1. DD : udaljenost od defaulta

2. V : tržišna vrijednost imovine
3. DP : točka defaulta
4. σ_a : volatilitnost imovine.

U trećem koraku računa se vjerojatnost defaulta. Može se direktno računati iz udaljenosti od defaulta ako je poznata distribucija vjerojatnosti vrijednosti imovine, ili ekvivalentno, ako je za danu razinu udaljenosti od defaulta poznata stopa defaulta (empirijski podaci).¹⁵

Primjena BS modela u EDF modelu za posljedicu ima modeliranje vjerojatnosti defaulta standardnom normalnom distribucijom. Stoga vrijedi: $P_d = N(-DD)$

Najistaknutije svojstvo EDF mjere je direktna poveznica između tržišnih vrijednosti i vjerojatnosti defaulta. Prema povijesnim podacima, postoji uska povezanost među promjenama u EDF vrijednostima i promjenama u vrijednosti kapitala. Sa stajališta KMV-a to je veoma poželjna osobina jer predstavlja prevođenje informacija o cijenama kapitala u kreditne informacije (informacije o kreditnom riziku).

¹⁵tzv. mapiranje na rejting skalu

4. Empirijski dio

4.1. Uvod

Cilj ovog poglavlja je pokušati primijeniti prethodno opisani model na domaćim poduzećima. Budući da do sada nije bilo istraživanja koja su testirala EDF model, svakako je izazov testirati učinkovitost teorije na dionicama domaćih tvrtki.

Podaci kao što su cijene dionica te bilance poduzeća za promatranu 2009. godinu preuzeti su sa stranice Zagrebačke burze. U nastavku je dan kratak opis poduzeća na kojima je provedeno empirijsko istraživanje.

4.2. Opis podataka

Hrvatski Telekom¹⁶

T-HT grupa pružatelj je telekomunikacijskih usluga u Hrvatskoj koji objedinjuje usluge fiksne telefonije, mobilne telefonije, prijenosa podataka, Interneta i međunarodnih komunikacija. Osnovne djelatnosti društva Hrvatski Telekom d.d. i drugih ovisnih društava sastoje se od pružanja telekomunikacijskih usluga te projektiranja i izgradnje komunikacijskih mreža na području Republike Hrvatske. U pretežnom je vlasništvu društva Deutsche Telekom AG.

Niska razina zaduženosti, razvijena tehnološka infrastruktura koja omogućava daljnji razvoj usluga te vlastiti ljudski i stručni potencijali garancija su daljnjeg rasta i povećanja potencijala HT-a.

Osim Hrvatskog Telekom d.d., članice T-HT grupe su tvrtke Iskon Internet d.d., Combis d.d. i KDS d.o.o.

Zagrebačka banka¹⁷

Kao članica Grupe UniCredit Italiano, od ožujka 2002. godine, jedne od najuspješnijih financijskih grupacija u Europi, Zagrebačka banka jedna je od vodećih banaka u Srednjoj i istočnoj Europi.

U Hrvatskoj posluje s 80 tisuća korporativnih klijenata i više od 1,1 milijuna građana. Zauzima četvrtinu aktive hrvatskog bankarskog sektora i više od 16 posto aktive bankarskog

¹⁶Detaljnije o Hrvatskom telekomu pogledati na stranici www.t.ht.hr

¹⁷Detaljnije o Zagrebačkoj banci pogledati na stranici www.zaba.hr

sektora Bosne i Hercegovine kao vlasnik UniCredit banke d.d. Mostar.

Glavne podružnice Zagrebačke banke : ZB Invest (društvo za upravljanjem investicijskim fondovima Zagrebačke banke, drži više od 37 posto tržišnog udjela), AZ fond (obvezni mirovinski fond Zagrebačke banke i Allianz, ima oko 40 posto tržišnog udjela), Prva stambena štedionica (depoziti čine gotovo 30 posto tržišta stambene štednje).

INGRA¹⁸

INGRA d.d. tvrtka za izgradnju investicijskih objekata, uvoz, izvoz i zastupništvo osnovana je 1955. godine kao izvozna zajednica tadašnjih velikih proizvođača u elektro i strojogradnji s namjerom da oko sebe okupi pojedine grupacije, kako bi za njih organizirala izvoz i investicijsku izgradnju u svijet.

Danas INGRA djeluje kao dioničko društvo koje je, uz investicijsku izgradnju kojom se bavi od osnutka, proširilo djelatnosti na stanogradnju, turizam, cestogradnju i druge prateće djelatnosti. U posljednje vrijeme na domaćem tržištu pojavljuje se i kao investitor u građevinskom sektoru.

Institut IGH¹⁹

IGH je vodeća projektantska, konzultantska i znanstvena tvrtka koja se bavi istraživanjem i razvojem u graditeljstvu. U 60 godina postojanja, Institut se razvio u organizaciju koja osigurava logističku specijalističku potporu građevinarstvu.

Laboratoriji tvrtke akreditirani su za 600 metoda ispitivanja, a svaki certifikat je važeći bilo gdje u Europi.

Osim sudjelovanja u svim većim graditeljskim projektima u Hrvatskoj, IGH je vršio projektiranje, nadzor, izrađivao studije te davao stručna mišljenja i vještačenja u BiH, Srbiji, Kosovu, Crnoj Gori, Albaniji, Bugarskoj, Kazahstanu, Rusiji i Ukrajini.

Podravka²⁰

Podravka je prehrambena kompanija osnovana 1934. godine sa sjedištem u Koprivnici. Tri su glavna poslovna segmenta poduzeća: prehrana piće i farmaceutika.

Najpoznatije Podravkine robne marke su: Vegeta, Podravka juhe, Lino, Fant, Eva,

¹⁸Detaljnije pogledati na stranici www.ingra.hr

¹⁹Detaljnije pogledati na stranici www.igh.hr

²⁰Detaljnije na stranici www.podravka.hr

Dolcela, Fini-Mini, Talianetta, Kvikvi, Studena, Studenac i brojne druge.

Osim hrvatsko tržišta, kompanija je zastupljena i u : Austriji, BiH, Mađarskoj, Crnoj Gori, Srbiji, Češkoj, Slovačkoj, Rusiji, Americi, Australiji, Africi.

4.3. Postupak izračunavanja

Kao što je već navedeno, prvi korak u procjenjivanju vjerojatnosti defaulta odnosi se na procjenu vrijednosti i volatilnosti imovine poduzeća na temelju inputa modela : tržišne vrijednosti kapitala (E), volatilnosti kapitala (σ_e) i knjigovodstvene vrijednosti obveza (D).

Vremenski period (T) je jedna godina, a bezrizična kamatna stopa (r) iznosi 5%.

Prema [7], tržišna vrijednost kapitala (E) ne može se izravno promatrati, ali se procjenjuje tako što se pomnoži količina dionica na određeni dan sa završnom cijenom dionica te se tako dobivene dnevne tržišne vrijednosti kapitala kumulativno zbrajaju.²¹

Knjigovodstvena vrijednost pasive (D) iščitava se iz bilance.

Volatilnost kapitala (σ_e) računa se na osnovu povijesnih podataka :²²(vidi [6, str.77])

$$X_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}},$$

gdje je X_t log-povrat rizične imovine, a P_t završna cijena dionice na dan t ;

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t$$

je aritmetička sredina uzorka odnosno prosječni log-povrat od rizične imovine za period od n dana ;

$$\sigma_{e(dnevna)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X}_n)^2}$$

je procjena standardne devijacije log-povrata korijenom iz korigirane varijance log-povrata (X_1, \dots, X_n) ;

$$\sigma_e = \sigma_{e(godisnja)} = \sqrt{n} \cdot \sigma_{e(dnevna)}$$

²¹pogledati dodatak 5.1

²²tzv. statistička volatilnost ili povijesna volatilnost (engl. *historical volatility*)

gdje je n broj dana trgovanja.²³

Vrijednosti inputa za dana poduzeća na dan 31.12.2009. prikazana su tablicom 4.1.

| | E (kn) | D(kn) | σ_e |
|-------|------------------|------------------|------------|
| HT | 1.760.836.030,06 | 1.642.969.363,00 | 0,21649 |
| ZABA | 81.342.149,04 | 1.827.093.916,00 | 0,47263 |
| INGRA | 300.004.132,27 | 814.033.114,00 | 0,59178 |
| IGH | 524.406.432,54 | 878.112.000,00 | 0,62140 |
| PODR | 101.711.619,52 | 1.446.220.000,00 | 0,48516 |

Tablica 4.1 Inputi modela

Koristeći izraze (3.10) i (3.11), Newtonovom metodom uz uporabu programskog paketa “*Mathematica*” izračunavaju se vrijednost i volatilitnost imovine danih poduzeća.²⁴ Podaci su prikazani u tablici 4.2. Time je završio prvi korak.

Promotre li se vrijednosti volatilitnosti kapitala za dana poduzeća, može se uočiti da je IGH imao najnestabilnije cijene dionica u promatranoj 2009. godini. Nasuprot njemu, HT je imao najmanju volatilitnost kapitala.

Nadalje, usporede li se vrijednosti imovine s vrijednošću obveza, uočava se da u slučaju ZABA polazna tvrdnja modela nije zadovoljena. To vodi na zaključak da će ZABA gotovo sigurno otići u default tijekom iduće godine. U slučaju Podravke situacija je nešto bolja, iako je vrijednost imovine vrlo blizu vrijednosti obveza.

IGH ima najveći rizik poslovanja obzirom na vrijednost volatilitnosti imovine od 24.433%. To znači da će promjena od jedne standardne devijacije u vrijednosti imovine od 1.357 milijardi kuna,²⁵ dodati ili oduzeti 0.33 milijarde kuna ($1.357 \cdot 0.24433$) u vrijednosti imovine.

| | V (kn) | σ_a | DP (kn) | DD | EDF |
|-------|------------------|------------|------------------|--------|---------|
| HT | 3.323.680.000,00 | 0,11469 | 1.656.242.162,50 | 4,37 | 0,00001 |
| ZABA | 1.819.100.000,00 | 0,02149 | 5.168.786.571,50 | -85,70 | 1,00000 |
| INGRA | 1.072.750.000,00 | 0,16925 | 1.098.645.500,50 | -0,14 | 0,55671 |
| IGH | 1.357.420.000,00 | 0,24433 | 1.092.296.000,00 | 0,80 | 0,21203 |
| PODR | 1.477.080.000,00 | 0,03400 | 1.840.828.000,00 | -7,24 | 1,00000 |

Tablica 4.2 Outputi modela

²³vidi i [2], [7]

²⁴pogledati dodatak 5.2

²⁵vrijednost imovine na dan 31.12.2009.

U drugom koraku računa se udaljenost od defaulta (DD) pomoću formule (3.12). Točka defaulta (DP) određuje se na osnovu podataka o obvezama poduzeća. Vrijedi sljedeći izraz:

$$DP = CL + 0.5 \cdot LTL$$

gdje su CL kratkoročne obveze, a LTL dugoročne obveze.

U trećem koraku izračunava se vjerojatnost defaulta za dana poduzeća također prikazana u tablici 4.2.

Može se primijetiti da je u slučaju ZABE, INGRE i Podravke vrijednost točke defaulta veća od vrijednosti imovine. To rezultira negativnom vrijednošću udaljenosti od defaulta.

Međutim, vrijednost imovine INGRE puno je bliže točki defaulta u odnosu na ZABU i Podravku te zbog toga, iako s velikom vjerojatnošću da neće moći otplatiti dug, neće defaultirati gotovo sigurno kao ta dva poduzeća.

Najveća udaljenost od defaulta prisutna je kod HT-a te je sukladno tome najmanja vjerojatnost da poduzeće neće biti u stanju ispuniti svoje obveze.

4.4. Zaključak i diskusija

EDF model predstavlja inovativan pristup u kreditnoj analizi povezujući trenutnu tržišnu vrijednost poduzeća sa volatilnosti poduzeća i točkom defaulta.

Upravo je fokus na informacijama o tržišnim cijenama dionica fundamentalna razlika između promatranog modela i drugih pristupa.

Donositelji odluka se ne bi trebali osloniti isključivo na signale jednog modela (niti ih u potpunosti ignorirati), već ih objektivno proučiti te iskoristiti u kombinaciji s drugim izvorima informacija u donošenju odluka o kreditnom riziku.

EDF model je suviše restriktivan da bi se koristio zasebno, ali može poslužiti kao alat za procjenu promatranog problema u kombinaciji s drugim pristupima kao što su ZETA model, neuralne mreže ili tehnička analiza.

Kao smjernice za daljnja istraživanja svakako je važno navesti, u svrhu poboljšanja modela, uvođenje dodatnih ulaznih varijabli.

Dakle, pasivu poduzeća bi trebalo podijeliti u više razreda: kratkoročne obveze, dugoročne obveze, povlaštene dionice, obične dionice, dividende.

Nadalje, nedostatak modela je pretpostavka o normalnoj razdiobi koja se pokazala

pogrešnom u praksi. Prikladnije bi bilo primijeniti mapiranje na rejting skalu, što zahtijeva veliku bazu podataka o učestalosti defaulta kako bi se izvela empirijska funkcija distribucije koja povezuje udaljenost od defaulta sa vjerojatnosti da će se default dogoditi. Takva empirijska funkcija distribucije ima mnogo šire repove nego li normalna distribucija.

Primjerice, udaljenost od defaulta od četiri standardne devijacije rezultirat će stopom defaulta 100 bp što bi odgovaralo otprilike vjerojatnosti defaulta od 3% , dok bi vjerojatnost defaulta obzirom na normalnu distribuciju iznosila nula. ²⁶

Može se zaključiti da je opisana metodologija ilustrirana primjerima hrvatskih tvrtki, ukoliko se koristi na sustavan način, u mogućnosti procijeniti vjerojatnost defaulta poduzeća te je na temelju tih rezultata moguće učinkovitije planirati i vremenski bolje uskladiti poslovanje poduzeća. Osim što pomaže u suočavanju s nastupajućim rizicima i donošenju pravilnih odluka unutar poduzeća, model se može upotrijebiti i pri kreiranju odluka financijskih institucija i kreditnih biroa. Banke bi ga mogle koristiti u određivanju kreditnog rejtinga poduzeća, zatim u odobravanju kredita te povećanja preciznosti u dodjeljivanju kredita kreditno sposobnim klijentima. Model bi se također mogao upotrijebiti u izgradnji strategija vezanih uz pravovremene naplate potraživanja što osigurava održivost kreditnih institucija na financijskom tržištu.

²⁶vidi [2]

5. Dodatak

5.1. Dionice T-HT za razdoblje 1.1.2009-31.12.2009.

| n=248 | | | | |
|-----------|-----------|-----------|------------------|---------------------|
| Datum | Zadnja | Količina | Zadnja×Količina | Kapital kumulativno |
| 5.1.2009 | 203,50 kn | 26.926,00 | 5.479.441,00 kn | 5.479.441,00 kn |
| 7.1.2009 | 206,53 kn | 39.623,00 | 8.183.338,19 kn | 13.662.779,19 kn |
| 8.1.2009 | 211,00 kn | 55.944,00 | 11.804.184,00 kn | 25.466.963,19 kn |
| 9.1.2009 | 218,00 kn | 54.628,00 | 11.908.904,00 kn | 37.375.867,19 kn |
| 12.1.2009 | 228,78 kn | 40.278,00 | 9.214.800,84 kn | 46.590.668,03 kn |
| 13.1.2009 | 219,85 kn | 39.871,00 | 8.765.639,35 kn | 55.356.307,38 kn |
| 14.1.2009 | 209,25 kn | 32.591,00 | 6.819.666,75 kn | 62.175.974,13 kn |
| 15.1.2009 | 214,79 kn | 49.940,00 | 10.726.612,60 kn | 72.902.586,73 kn |
| 16.1.2009 | 220,18 kn | 23.267,00 | 5.122.928,06 kn | 78.025.514,79 kn |
| 19.1.2009 | 219,00 kn | 17.264,00 | 3.780.816,00 kn | 81.806.330,79 kn |
| 20.1.2009 | 220,04 kn | 31.584,00 | 6.949.743,36 kn | 88.756.074,15 kn |
| 21.1.2009 | 225,00 kn | 29.895,00 | 6.726.375,00 kn | 95.482.449,15 kn |
| 22.1.2009 | 222,50 kn | 37.901,00 | 8.432.972,50 kn | 103.915.421,65 kn |
| 23.1.2009 | 220,00 kn | 32.319,00 | 7.110.180,00 kn | 111.025.601,65 kn |
| 26.1.2009 | 220,06 kn | 15.420,00 | 3.393.325,20 kn | 114.418.926,85 kn |
| 27.1.2009 | 218,31 kn | 23.105,00 | 5.044.052,55 kn | 119.462.979,40 kn |
| 28.1.2009 | 222,21 kn | 35.888,00 | 7.974.672,48 kn | 127.437.651,88 kn |
| 29.1.2009 | 220,00 kn | 13.181,00 | 2.899.820,00 kn | 130.337.471,88 kn |
| 30.1.2009 | 221,00 kn | 18.783,00 | 4.151.043,00 kn | 134.488.514,88 kn |
| 2.2.2009 | 216,56 kn | 17.452,00 | 3.779.405,12 kn | 138.267.920,00 kn |
| 3.2.2009 | 217,02 kn | 32.430,00 | 7.037.958,60 kn | 145.305.878,60 kn |
| 4.2.2009 | 220,00 kn | 13.979,00 | 3.075.380,00 kn | 148.381.258,60 kn |
| 5.2.2009 | 221,38 kn | 15.146,00 | 3.353.021,48 kn | 151.734.280,08 kn |
| 6.2.2009 | 221,50 kn | 26.430,00 | 5.854.245,00 kn | 157.588.525,08 kn |
| 9.2.2009 | 221,50 kn | 17.376,00 | 3.848.784,00 kn | 161.437.309,08 kn |
| 10.2.2009 | 222,01 kn | 24.587,00 | 5.458.559,87 kn | 166.895.868,95 kn |
| 11.2.2009 | 222,06 kn | 58.199,00 | 12.923.669,94 kn | 179.819.538,89 kn |
| 12.2.2009 | 217,71 kn | 62.701,00 | 13.650.634,71 kn | 193.470.173,60 kn |
| 13.2.2009 | 222,36 kn | 16.250,00 | 3.613.350,00 kn | 197.083.523,60 kn |
| 16.2.2009 | 219,49 kn | 18.873,00 | 4.142.434,77 kn | 201.225.958,37 kn |
| 17.2.2009 | 218,00 kn | 56.833,00 | 12.389.594,00 kn | 213.615.552,37 kn |
| 18.2.2009 | 220,00 kn | 45.907,00 | 10.099.540,00 kn | 223.715.092,37 kn |
| 19.2.2009 | 222,48 kn | 25.549,00 | 5.684.141,52 kn | 229.399.233,89 kn |
| 20.2.2009 | 220,00 kn | 27.480,00 | 6.045.600,00 kn | 235.444.833,89 kn |
| 23.2.2009 | 219,42 kn | 21.357,00 | 4.686.152,94 kn | 240.130.986,83 kn |

| | | | | |
|-----------|-----------|------------|------------------|-------------------|
| 24.2.2009 | 218,61 kn | 29.482,00 | 6.445.060,02 kn | 246.576.046,85 kn |
| 25.2.2009 | 220,50 kn | 25.716,00 | 5.670.378,00 kn | 252.246.424,85 kn |
| 26.2.2009 | 221,02 kn | 31.387,00 | 6.937.154,74 kn | 259.183.579,59 kn |
| 27.2.2009 | 228,90 kn | 148.218,00 | 33.927.100,20 kn | 293.110.679,79 kn |
| 2.3.2009 | 221,00 kn | 128.772,00 | 28.458.612,00 kn | 321.569.291,79 kn |
| 3.3.2009 | 205,00 kn | 45.160,00 | 9.257.800,00 kn | 330.827.091,79 kn |
| 4.3.2009 | 205,72 kn | 31.884,00 | 6.559.176,48 kn | 337.386.268,27 kn |
| 5.3.2009 | 206,13 kn | 28.492,00 | 5.873.055,96 kn | 343.259.324,23 kn |
| 6.3.2009 | 205,00 kn | 64.637,00 | 13.250.585,00 kn | 356.509.909,23 kn |
| 9.3.2009 | 201,03 kn | 33.844,00 | 6.803.659,32 kn | 363.313.568,55 kn |
| 10.3.2009 | 205,50 kn | 28.737,00 | 5.905.453,50 kn | 369.219.022,05 kn |
| 11.3.2009 | 205,00 kn | 25.618,00 | 5.251.690,00 kn | 374.470.712,05 kn |
| 12.3.2009 | 205,50 kn | 17.792,00 | 3.656.256,00 kn | 378.126.968,05 kn |
| 13.3.2009 | 203,85 kn | 9.241,00 | 1.883.777,85 kn | 380.010.745,90 kn |
| 16.3.2009 | 203,83 kn | 16.775,00 | 3.419.248,25 kn | 383.429.994,15 kn |
| 17.3.2009 | 203,50 kn | 9.061,00 | 1.843.913,50 kn | 385.273.907,65 kn |
| 18.3.2009 | 202,16 kn | 15.388,00 | 3.110.838,08 kn | 388.384.745,73 kn |
| 19.3.2009 | 204,24 kn | 32.255,00 | 6.587.761,20 kn | 394.972.506,93 kn |
| 20.3.2009 | 202,10 kn | 26.820,00 | 5.420.322,00 kn | 400.392.828,93 kn |
| 23.3.2009 | 204,52 kn | 17.179,00 | 3.513.449,08 kn | 403.906.278,01 kn |
| 24.3.2009 | 204,10 kn | 21.295,00 | 4.346.309,50 kn | 408.252.587,51 kn |
| 25.3.2009 | 206,70 kn | 18.225,00 | 3.767.107,50 kn | 412.019.695,01 kn |
| 26.3.2009 | 208,40 kn | 30.828,00 | 6.424.555,20 kn | 418.444.250,21 kn |
| 27.3.2009 | 207,00 kn | 17.049,00 | 3.529.143,00 kn | 421.973.393,21 kn |
| 30.3.2009 | 210,00 kn | 27.612,00 | 5.798.520,00 kn | 427.771.913,21 kn |
| 31.3.2009 | 217,99 kn | 38.492,00 | 8.390.871,08 kn | 436.162.784,29 kn |
| 1.4.2009 | 218,33 kn | 19.209,00 | 4.193.900,97 kn | 440.356.685,26 kn |
| 2.4.2009 | 226,00 kn | 30.059,00 | 6.793.334,00 kn | 447.150.019,26 kn |
| 3.4.2009 | 223,86 kn | 15.478,00 | 3.464.905,08 kn | 450.614.924,34 kn |
| 6.4.2009 | 223,00 kn | 23.470,00 | 5.233.810,00 kn | 455.848.734,34 kn |
| 7.4.2009 | 221,49 kn | 21.732,00 | 4.813.420,68 kn | 460.662.155,02 kn |
| 8.4.2009 | 219,99 kn | 21.157,00 | 4.654.328,43 kn | 465.316.483,45 kn |
| 9.4.2009 | 224,00 kn | 36.906,00 | 8.266.944,00 kn | 473.583.427,45 kn |
| 14.4.2009 | 224,00 kn | 31.414,00 | 7.036.736,00 kn | 480.620.163,45 kn |
| 15.4.2009 | 224,00 kn | 38.198,00 | 8.556.352,00 kn | 489.176.515,45 kn |
| 16.4.2009 | 222,68 kn | 83.839,00 | 18.669.268,52 kn | 507.845.783,97 kn |
| 17.4.2009 | 207,50 kn | 39.428,00 | 8.181.310,00 kn | 516.027.093,97 kn |

| | | | | |
|-----------|-----------|------------|------------------|-------------------|
| 20.4.2009 | 207,99 kn | 33.528,00 | 6.973.488,72 kn | 523.000.582,69 kn |
| 21.4.2009 | 207,00 kn | 20.793,00 | 4.304.151,00 kn | 527.304.733,69 kn |
| 22.4.2009 | 205,13 kn | 27.111,00 | 5.561.279,43 kn | 532.866.013,12 kn |
| 23.4.2009 | 209,00 kn | 33.173,00 | 6.933.157,00 kn | 539.799.170,12 kn |
| 24.4.2009 | 209,00 kn | 14.202,00 | 2.968.218,00 kn | 542.767.388,12 kn |
| 27.4.2009 | 206,32 kn | 16.968,00 | 3.500.837,76 kn | 546.268.225,88 kn |
| 28.4.2009 | 204,50 kn | 31.720,00 | 6.486.740,00 kn | 552.754.965,88 kn |
| 29.4.2009 | 206,02 kn | 13.364,00 | 2.753.251,28 kn | 555.508.217,16 kn |
| 30.4.2009 | 211,00 kn | 71.066,00 | 14.994.926,00 kn | 570.503.143,16 kn |
| 4.5.2009 | 212,99 kn | 34.414,00 | 7.329.837,86 kn | 577.832.981,02 kn |
| 5.5.2009 | 210,21 kn | 25.964,00 | 5.457.892,44 kn | 583.290.873,46 kn |
| 6.5.2009 | 213,42 kn | 40.332,00 | 8.607.655,44 kn | 591.898.528,90 kn |
| 7.5.2009 | 220,10 kn | 136.169,00 | 29.970.796,90 kn | 621.869.325,80 kn |
| 8.5.2009 | 220,97 kn | 147.295,00 | 32.547.776,15 kn | 654.417.101,95 kn |
| 11.5.2009 | 216,11 kn | 156.149,00 | 33.745.360,39 kn | 688.162.462,34 kn |
| 12.5.2009 | 219,99 kn | 29.959,00 | 6.590.680,41 kn | 694.753.142,75 kn |
| 13.5.2009 | 216,30 kn | 15.753,00 | 3.407.373,90 kn | 698.160.516,65 kn |
| 14.5.2009 | 216,88 kn | 23.607,00 | 5.119.886,16 kn | 703.280.402,81 kn |
| 15.5.2009 | 217,00 kn | 40.993,00 | 8.895.481,00 kn | 712.175.883,81 kn |
| 18.5.2009 | 216,57 kn | 20.437,00 | 4.426.041,09 kn | 716.601.924,90 kn |
| 19.5.2009 | 217,99 kn | 44.406,00 | 9.680.063,94 kn | 726.281.988,84 kn |
| 20.5.2009 | 220,80 kn | 56.809,00 | 12.543.427,20 kn | 738.825.416,04 kn |
| 21.5.2009 | 217,51 kn | 24.978,00 | 5.432.964,78 kn | 744.258.380,82 kn |
| 22.5.2009 | 219,41 kn | 29.224,00 | 6.412.037,84 kn | 750.670.418,66 kn |
| 25.5.2009 | 220,50 kn | 49.678,00 | 10.953.999,00 kn | 761.624.417,66 kn |
| 26.5.2009 | 221,84 kn | 47.207,00 | 10.472.400,88 kn | 772.096.818,54 kn |
| 27.5.2009 | 223,00 kn | 73.171,00 | 16.317.133,00 kn | 788.413.951,54 kn |
| 28.5.2009 | 223,28 kn | 44.146,00 | 9.856.918,88 kn | 798.270.870,42 kn |
| 29.5.2009 | 222,00 kn | 60.466,00 | 13.423.452,00 kn | 811.694.322,42 kn |
| 1.6.2009 | 222,86 kn | 74.465,00 | 16.595.269,90 kn | 828.289.592,32 kn |
| 2.6.2009 | 220,25 kn | 42.734,00 | 9.412.163,50 kn | 837.701.755,82 kn |
| 3.6.2009 | 218,20 kn | 34.707,00 | 7.573.067,40 kn | 845.274.823,22 kn |
| 4.6.2009 | 216,00 kn | 36.582,00 | 7.901.712,00 kn | 853.176.535,22 kn |
| 5.6.2009 | 218,00 kn | 21.350,00 | 4.654.300,00 kn | 857.830.835,22 kn |
| 8.6.2009 | 215,99 kn | 14.049,00 | 3.034.443,51 kn | 860.865.278,73 kn |
| 9.6.2009 | 214,97 kn | 23.556,00 | 5.063.833,32 kn | 865.929.112,05 kn |
| 10.6.2009 | 215,50 kn | 16.062,00 | 3.461.361,00 kn | 869.390.473,05 kn |

| | | | | |
|-----------|-----------|-----------|------------------|---------------------|
| 12.6.2009 | 216,87 kn | 21.444,00 | 4.650.560,28 kn | 874.041.033,33 kn |
| 15.6.2009 | 214,00 kn | 18.327,00 | 3.921.978,00 kn | 877.963.011,33 kn |
| 16.6.2009 | 213,01 kn | 24.083,00 | 5.129.919,83 kn | 883.092.931,16 kn |
| 17.6.2009 | 213,70 kn | 26.609,00 | 5.686.343,30 kn | 888.779.274,46 kn |
| 18.6.2009 | 217,20 kn | 40.858,00 | 8.874.357,60 kn | 897.653.632,06 kn |
| 19.6.2009 | 216,73 kn | 45.111,00 | 9.776.907,03 kn | 907.430.539,09 kn |
| 23.6.2009 | 218,00 kn | 26.727,00 | 5.826.486,00 kn | 913.257.025,09 kn |
| 24.6.2009 | 217,00 kn | 10.880,00 | 2.360.960,00 kn | 915.617.985,09 kn |
| 26.6.2009 | 218,98 kn | 9.650,00 | 2.113.157,00 kn | 917.731.142,09 kn |
| 29.6.2009 | 218,01 kn | 19.022,00 | 4.146.986,22 kn | 921.878.128,31 kn |
| 30.6.2009 | 218,50 kn | 21.076,00 | 4.605.106,00 kn | 926.483.234,31 kn |
| 1.7.2009 | 219,00 kn | 75.292,00 | 16.488.948,00 kn | 942.972.182,31 kn |
| 2.7.2009 | 218,00 kn | 65.091,00 | 14.189.838,00 kn | 957.162.020,31 kn |
| 3.7.2009 | 218,50 kn | 43.649,00 | 9.537.306,50 kn | 966.699.326,81 kn |
| 6.7.2009 | 218,00 kn | 32.290,00 | 7.039.220,00 kn | 973.738.546,81 kn |
| 7.7.2009 | 219,85 kn | 58.908,00 | 12.950.923,80 kn | 986.689.470,61 kn |
| 8.7.2009 | 219,98 kn | 22.195,00 | 4.882.456,10 kn | 991.571.926,71 kn |
| 9.7.2009 | 218,00 kn | 21.330,00 | 4.649.940,00 kn | 996.221.866,71 kn |
| 10.7.2009 | 217,10 kn | 20.957,00 | 4.549.764,70 kn | 1.000.771.631,41 kn |
| 13.7.2009 | 218,00 kn | 12.722,00 | 2.773.396,00 kn | 1.003.545.027,41 kn |
| 14.7.2009 | 222,00 kn | 56.082,00 | 12.450.204,00 kn | 1.015.995.231,41 kn |
| 15.7.2009 | 230,73 kn | 93.559,00 | 21.586.868,07 kn | 1.037.582.099,48 kn |
| 16.7.2009 | 230,00 kn | 33.046,00 | 7.600.580,00 kn | 1.045.182.679,48 kn |
| 17.7.2009 | 229,07 kn | 27.379,00 | 6.271.707,53 kn | 1.051.454.387,01 kn |
| 20.7.2009 | 229,92 kn | 22.823,00 | 5.247.464,16 kn | 1.056.701.851,17 kn |
| 21.7.2009 | 231,00 kn | 34.672,00 | 8.009.232,00 kn | 1.064.711.083,17 kn |
| 22.7.2009 | 229,00 kn | 25.382,00 | 5.812.478,00 kn | 1.070.523.561,17 kn |
| 23.7.2009 | 226,90 kn | 30.622,00 | 6.948.131,80 kn | 1.077.471.692,97 kn |
| 24.7.2009 | 229,49 kn | 29.348,00 | 6.735.072,52 kn | 1.084.206.765,49 kn |
| 27.7.2009 | 228,86 kn | 18.532,00 | 4.241.233,52 kn | 1.088.447.999,01 kn |
| 28.7.2009 | 225,99 kn | 21.260,00 | 4.804.547,40 kn | 1.093.252.546,41 kn |
| 29.7.2009 | 225,50 kn | 22.006,00 | 4.962.353,00 kn | 1.098.214.899,41 kn |
| 30.7.2009 | 225,01 kn | 20.018,00 | 4.504.250,18 kn | 1.102.719.149,59 kn |
| 31.7.2009 | 226,40 kn | 42.404,00 | 9.600.265,60 kn | 1.112.319.415,19 kn |
| 3.8.2009 | 227,80 kn | 23.652,00 | 5.387.925,60 kn | 1.117.707.340,79 kn |
| 4.8.2009 | 224,00 kn | 11.147,00 | 2.496.928,00 kn | 1.120.204.268,79 kn |
| 6.8.2009 | 225,00 kn | 13.665,00 | 3.074.625,00 kn | 1.123.278.893,79 kn |

| | | | | |
|-----------|-----------|-----------|------------------|---------------------|
| 7.8.2009 | 225,51 kn | 14.379,00 | 3.242.608,29 kn | 1.126.521.502,08 kn |
| 10.8.2009 | 225,01 kn | 21.527,00 | 4.843.790,27 kn | 1.131.365.292,35 kn |
| 11.8.2009 | 225,00 kn | 13.193,00 | 2.968.425,00 kn | 1.134.333.717,35 kn |
| 12.8.2009 | 225,00 kn | 15.526,00 | 3.493.350,00 kn | 1.137.827.067,35 kn |
| 13.8.2009 | 228,00 kn | 21.861,00 | 4.984.308,00 kn | 1.142.811.375,35 kn |
| 14.8.2009 | 227,62 kn | 12.945,00 | 2.946.540,90 kn | 1.145.757.916,25 kn |
| 17.8.2009 | 226,32 kn | 12.616,00 | 2.855.253,12 kn | 1.148.613.169,37 kn |
| 18.8.2009 | 227,00 kn | 14.371,00 | 3.262.217,00 kn | 1.151.875.386,37 kn |
| 19.8.2009 | 225,97 kn | 8.939,00 | 2.019.945,83 kn | 1.153.895.332,20 kn |
| 20.8.2009 | 228,00 kn | 11.219,00 | 2.557.932,00 kn | 1.156.453.264,20 kn |
| 21.8.2009 | 228,33 kn | 13.926,00 | 3.179.723,58 kn | 1.159.632.987,78 kn |
| 24.8.2009 | 229,50 kn | 34.404,00 | 7.895.718,00 kn | 1.167.528.705,78 kn |
| 25.8.2009 | 229,34 kn | 16.166,00 | 3.707.510,44 kn | 1.171.236.216,22 kn |
| 26.8.2009 | 228,90 kn | 18.824,00 | 4.308.813,60 kn | 1.175.545.029,82 kn |
| 27.8.2009 | 228,28 kn | 20.814,00 | 4.751.419,92 kn | 1.180.296.449,74 kn |
| 28.8.2009 | 229,47 kn | 12.896,00 | 2.959.245,12 kn | 1.183.255.694,86 kn |
| 31.8.2009 | 228,06 kn | 28.747,00 | 6.556.040,82 kn | 1.189.811.735,68 kn |
| 1.9.2009 | 227,76 kn | 10.354,00 | 2.358.227,04 kn | 1.192.169.962,72 kn |
| 2.9.2009 | 227,80 kn | 13.707,00 | 3.122.454,60 kn | 1.195.292.417,32 kn |
| 3.9.2009 | 227,48 kn | 31.583,00 | 7.184.500,84 kn | 1.202.476.918,16 kn |
| 4.9.2009 | 227,75 kn | 8.978,00 | 2.044.739,50 kn | 1.204.521.657,66 kn |
| 7.9.2009 | 227,50 kn | 12.041,00 | 2.739.327,50 kn | 1.207.260.985,16 kn |
| 8.9.2009 | 226,91 kn | 12.406,00 | 2.815.045,46 kn | 1.210.076.030,62 kn |
| 9.9.2009 | 228,99 kn | 29.569,00 | 6.771.005,31 kn | 1.216.847.035,93 kn |
| 10.9.2009 | 230,00 kn | 48.274,00 | 11.103.020,00 kn | 1.227.950.055,93 kn |
| 11.9.2009 | 232,75 kn | 24.342,00 | 5.665.600,50 kn | 1.233.615.656,43 kn |
| 14.9.2009 | 237,00 kn | 33.400,00 | 7.915.800,00 kn | 1.241.531.456,43 kn |
| 15.9.2009 | 251,30 kn | 87.773,00 | 22.057.354,90 kn | 1.263.588.811,33 kn |
| 16.9.2009 | 258,12 kn | 60.083,00 | 15.508.623,96 kn | 1.279.097.435,29 kn |
| 17.9.2009 | 258,70 kn | 77.657,00 | 20.089.865,90 kn | 1.299.187.301,19 kn |
| 18.9.2009 | 259,73 kn | 26.473,00 | 6.875.832,29 kn | 1.306.063.133,48 kn |
| 21.9.2009 | 258,33 kn | 13.603,00 | 3.514.062,99 kn | 1.309.577.196,47 kn |
| 22.9.2009 | 258,50 kn | 20.179,00 | 5.216.271,50 kn | 1.314.793.467,97 kn |
| 23.9.2009 | 258,00 kn | 11.921,00 | 3.075.618,00 kn | 1.317.869.085,97 kn |
| 24.9.2009 | 258,20 kn | 25.803,00 | 6.662.334,60 kn | 1.324.531.420,57 kn |
| 25.9.2009 | 257,51 kn | 18.094,00 | 4.659.385,94 kn | 1.329.190.806,51 kn |
| 28.9.2009 | 258,53 kn | 16.442,00 | 4.250.750,26 kn | 1.333.441.556,77 kn |

| | | | | |
|------------|-----------|-----------|------------------|---------------------|
| 29.9.2009 | 259,50 kn | 48.550,00 | 12.598.725,00 kn | 1.346.040.281,77 kn |
| 30.9.2009 | 260,50 kn | 32.376,00 | 8.433.948,00 kn | 1.354.474.229,77 kn |
| 1.10.2009 | 261,00 kn | 23.330,00 | 6.089.130,00 kn | 1.360.563.359,77 kn |
| 2.10.2009 | 260,50 kn | 25.818,00 | 6.725.589,00 kn | 1.367.288.948,77 kn |
| 5.10.2009 | 260,00 kn | 29.109,00 | 7.568.340,00 kn | 1.374.857.288,77 kn |
| 6.10.2009 | 260,11 kn | 16.979,00 | 4.416.407,69 kn | 1.379.273.696,46 kn |
| 7.10.2009 | 260,52 kn | 14.426,00 | 3.758.261,52 kn | 1.383.031.957,98 kn |
| 12.10.2009 | 264,30 kn | 24.210,00 | 6.398.703,00 kn | 1.389.430.660,98 kn |
| 13.10.2009 | 265,49 kn | 26.560,00 | 7.051.414,40 kn | 1.396.482.075,38 kn |
| 14.10.2009 | 270,10 kn | 26.423,00 | 7.136.852,30 kn | 1.403.618.927,68 kn |
| 15.10.2009 | 270,65 kn | 20.671,00 | 5.594.606,15 kn | 1.409.213.533,83 kn |
| 16.10.2009 | 271,65 kn | 14.280,00 | 3.879.162,00 kn | 1.413.092.695,83 kn |
| 19.10.2009 | 272,04 kn | 13.180,00 | 3.585.487,20 kn | 1.416.678.183,03 kn |
| 20.10.2009 | 272,92 kn | 18.554,00 | 5.063.757,68 kn | 1.421.741.940,71 kn |
| 21.10.2009 | 271,61 kn | 22.262,00 | 6.046.581,82 kn | 1.427.788.522,53 kn |
| 22.10.2009 | 272,25 kn | 16.773,00 | 4.566.449,25 kn | 1.432.354.971,78 kn |
| 23.10.2009 | 272,70 kn | 34.757,00 | 9.478.233,90 kn | 1.441.833.205,68 kn |
| 26.10.2009 | 271,31 kn | 23.714,00 | 6.433.845,34 kn | 1.448.267.051,02 kn |
| 27.10.2009 | 272,00 kn | 30.324,00 | 8.248.128,00 kn | 1.456.515.179,02 kn |
| 28.10.2009 | 271,62 kn | 35.571,00 | 9.661.795,02 kn | 1.466.176.974,04 kn |
| 29.10.2009 | 269,00 kn | 29.828,00 | 8.023.732,00 kn | 1.474.200.706,04 kn |
| 30.10.2009 | 270,00 kn | 32.058,00 | 8.655.660,00 kn | 1.482.856.366,04 kn |
| 2.11.2009 | 271,35 kn | 24.136,00 | 6.549.303,60 kn | 1.489.405.669,64 kn |
| 3.11.2009 | 270,10 kn | 41.253,00 | 11.142.435,30 kn | 1.500.548.104,94 kn |
| 4.11.2009 | 270,72 kn | 15.542,00 | 4.207.530,24 kn | 1.504.755.635,18 kn |
| 5.11.2009 | 270,82 kn | 12.205,00 | 3.305.358,10 kn | 1.508.060.993,28 kn |
| 6.11.2009 | 269,00 kn | 26.967,00 | 7.254.123,00 kn | 1.515.315.116,28 kn |
| 9.11.2009 | 266,00 kn | 53.790,00 | 14.308.140,00 kn | 1.529.623.256,28 kn |
| 10.11.2009 | 264,02 kn | 18.067,00 | 4.770.049,34 kn | 1.534.393.305,62 kn |
| 11.11.2009 | 267,78 kn | 30.316,00 | 8.118.018,48 kn | 1.542.511.324,10 kn |
| 12.11.2009 | 270,00 kn | 14.254,00 | 3.848.580,00 kn | 1.546.359.904,10 kn |
| 13.11.2009 | 269,61 kn | 15.651,00 | 4.219.666,11 kn | 1.550.579.570,21 kn |
| 16.11.2009 | 270,01 kn | 15.591,00 | 4.209.725,91 kn | 1.554.789.296,12 kn |
| 17.11.2009 | 270,01 kn | 19.692,00 | 5.317.036,92 kn | 1.560.106.333,04 kn |
| 18.11.2009 | 269,80 kn | 10.877,00 | 2.934.614,60 kn | 1.563.040.947,64 kn |
| 19.11.2009 | 269,80 kn | 25.975,00 | 7.008.055,00 kn | 1.570.049.002,64 kn |
| 20.11.2009 | 269,00 kn | 15.752,00 | 4.237.288,00 kn | 1.574.286.290,64 kn |

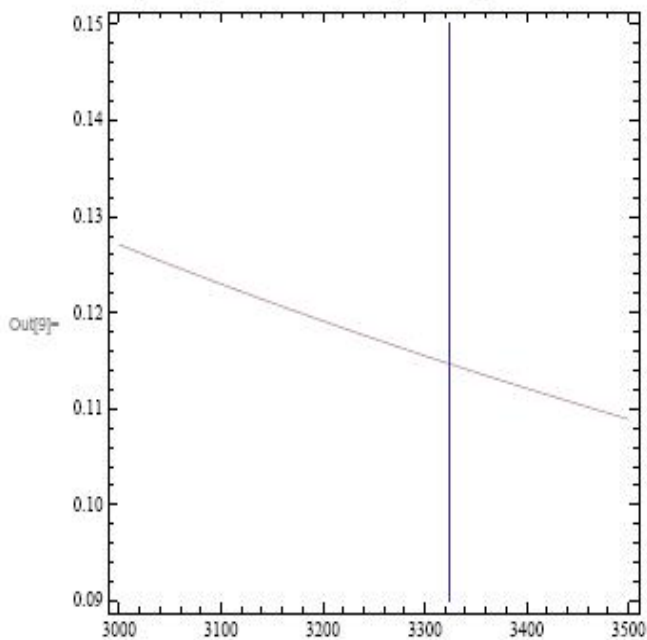
| | | | | |
|------------|-----------|------------|------------------|----------------------------|
| 23.11.2009 | 267,01 kn | 22.188,00 | 5.924.417,88 kn | 1.580.210.708,52 kn |
| 24.11.2009 | 268,30 kn | 186.712,00 | 50.094.829,60 kn | 1.630.305.538,12 kn |
| 25.11.2009 | 271,00 kn | 23.440,00 | 6.352.240,00 kn | 1.636.657.778,12 kn |
| 26.11.2009 | 271,61 kn | 44.845,00 | 12.180.350,45 kn | 1.648.838.128,57 kn |
| 27.11.2009 | 272,00 kn | 24.488,00 | 6.660.736,00 kn | 1.655.498.864,57 kn |
| 30.11.2009 | 270,30 kn | 22.938,00 | 6.200.141,40 kn | 1.661.699.005,97 kn |
| 1.12.2009 | 271,00 kn | 27.102,00 | 7.344.642,00 kn | 1.669.043.647,97 kn |
| 2.12.2009 | 270,68 kn | 21.904,00 | 5.928.974,72 kn | 1.674.972.622,69 kn |
| 3.12.2009 | 272,45 kn | 11.174,00 | 3.044.356,30 kn | 1.678.016.978,99 kn |
| 4.12.2009 | 273,00 kn | 13.393,00 | 3.656.289,00 kn | 1.681.673.267,99 kn |
| 7.12.2009 | 271,91 kn | 11.179,00 | 3.039.681,89 kn | 1.684.712.949,88 kn |
| 8.12.2009 | 272,03 kn | 13.680,00 | 3.721.370,40 kn | 1.688.434.320,28 kn |
| 9.12.2009 | 272,00 kn | 18.493,00 | 5.030.096,00 kn | 1.693.464.416,28 kn |
| 10.12.2009 | 272,31 kn | 11.633,00 | 3.167.782,23 kn | 1.696.632.198,51 kn |
| 11.12.2009 | 272,60 kn | 11.825,00 | 3.223.495,00 kn | 1.699.855.693,51 kn |
| 14.12.2009 | 271,37 kn | 15.290,00 | 4.149.247,30 kn | 1.704.004.940,81 kn |
| 15.12.2009 | 272,70 kn | 13.013,00 | 3.548.645,10 kn | 1.707.553.585,91 kn |
| 16.12.2009 | 271,00 kn | 21.817,00 | 5.912.407,00 kn | 1.713.465.992,91 kn |
| 17.12.2009 | 270,49 kn | 23.097,00 | 6.247.507,53 kn | 1.719.713.500,44 kn |
| 18.12.2009 | 270,01 kn | 19.314,00 | 5.214.973,14 kn | 1.724.928.473,58 kn |
| 21.12.2009 | 268,05 kn | 18.812,00 | 5.042.556,60 kn | 1.729.971.030,18 kn |
| 22.12.2009 | 272,53 kn | 34.958,00 | 9.527.103,74 kn | 1.739.498.133,92 kn |
| 23.12.2009 | 274,95 kn | 21.663,00 | 5.956.241,85 kn | 1.745.454.375,77 kn |
| 24.12.2009 | 274,70 kn | 8.902,00 | 2.445.379,40 kn | 1.747.899.755,17 kn |
| 28.12.2009 | 274,17 kn | 13.367,00 | 3.664.830,39 kn | 1.751.564.585,56 kn |
| 29.12.2009 | 274,00 kn | 15.202,00 | 4.165.348,00 kn | 1.755.729.933,56 kn |
| 30.12.2009 | 273,50 kn | 7.564,00 | 2.068.754,00 kn | 1.757.798.687,56 kn |
| 31.12.2009 | 274,50 kn | 11.065,00 | 3.037.342,50 kn | 1.760.836.030,06 kn |

5.2. Procjena vrijednosti i volatilnosti imovine T-HT za 2009. godinu

```

In[1]:= cnd[x_] := (1 + Erf[x / Sqrt[2]]) / 2
Y = 1760.83603006;
L = 1642.969363;
T = 1;
r = 0.05;
sigmae = 0.216489978;
done[V_, sigmaa_, L_, T_, r_] =
  (r * T + Log[V / L]) / (sigmaa * Sqrt[T]) + (sigmaa * Sqrt[T]) / 2;
dtwo[V_, sigmaa_, L_, T_, r_] = (r * T + Log[V / L]) / (sigmaa * Sqrt[T]) - (sigmaa * Sqrt[T]) / 2;
ContourPlot [
  {V * cnd[done[V, sigmaa, L, T, r]] - L * Exp[-r * T] + cnd[dtwo[V, sigmaa, L, T, r]] == Y,
  sigmaa * V * cnd[done[V, sigmaa, L, T, r]] == sigmae * Y},
  {V, 3000, 3500}, {sigmaa, 0.09, 0.15}]
FindRoot [
  {V * cnd[done[V, sigmaa, L, T, r]] - L * Exp[-r * T] + cnd[dtwo[V, sigmaa, L, T, r]] == Y,
  sigmaa * V * cnd[done[V, sigmaa, L, T, r]] == sigmae * Y}, {{sigmaa, 0.01}, {V, 3000}}]
Clear[V, sigmaa, L, T, r, sigmae, Y]

```



```

Out[10]:= {sigmaa -> 0.114693, V -> 3323.68}

```

6. LITERATURA

- [1] F. Black, M. Scholes, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, The Journal of Political Economy, Vol.81, No.3.,(1973.) pp 637-654
- [2] J. Bohn, P. Crosbie, *Modeling default risk*, Moody's KMV Company, 2003.
- [3] Đ. Borozan, *Makroekonomija*, Ekonomski fakultet u Osijeku, 2006.
- [4] J. B. Caouette, E.I.Altman, P.Narayanan, *Managing Credit Risk, The Next Great Financial Challenge*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998.
- [5] H.C. Chou, *Expected Default Probability, Credit Spreads and Distance-from-default*, The Journal of American Academy of Business, Cambridge, Vol.7, No.1.,(2005.) pp 141-154
- [6] J. Cvitanić, F. Zapatero, *Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets*, MIT Press, 2004.
- [7] L.J. Erken, *The Merton model for default probabilities: a valid model for Dutch Companies?*, The Journal of American Academy of Business, Cambridge, Vol.18, No.3.,(2008.) pp 125-143
- [8] F. Huang, Y. Sheng, Z. Li, *Evaluation of Default Risk Based on KMV Model*, International Journal of Economics and Finance, Vol.2, No.1.,(2010.) pp 72-90
- [9] J.C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives*, Prentice-Hall, New Jersey,6th edition, 2006.
- [10] M. Karić, *Mikroekonomika*, Ekonomski fakultet u Osijeku, 2006.
- [11] R.C. Merton, *On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates*, Journal of Finance, Vol.29, No.1.,(1974.) pp 449-470
- [12] T. Mikosch, *Elementary Stochastic Calculus - With Finance in View*, World Scientific Publishing Co, 1998.

- [13] B. Novak, *Financijska tržišta i institucije*, Ekonomski fakultet u Osijeku, 2005.
- [14] E.I. Ronn, A.K. Verma, *Pricing risk-adjusted deposit insurance: an option-based model*, Journal of Finance, Vol.41, No.3.,(1985.) pp 871-895
- [15] S.A. Ross, R.W. Westerfield, B.D. Jordan, *Essentials of Corporate Finance*, McGraw-Hill/Irwin, New York, 2001.
- [16] N. Šarlija, *Upravljanje kreditnim rizicima*, web skripta, 2009.
- [17] Z. Vondraček, *Financijsko modeliranje*, web skripta, 2008.

7. SAŽETAK

U ovom radu obrađen je model financijskog tržišta vrlo popularan u praksi. To je Black-Scholes model. BS formula jedan je od načina da se odredi vrijednost call opcije u nekom vremenu t . Prije samog modela potrebno je bilo reći nešto o Brownovom gibanju kao sredstvu za analizu financijskog tržišta.

Kreditne institucije više ne mogu ignorirati informacije o tržištu kapitala, već ih trebaju iskoristiti u upravljanju kreditnim rizikom. Stoga je cilj rada bio i prikazati mogućnosti modela relativne učestalosti defaulta u procjeni kreditnog rizika dioničkih društava. Ključna pretpostavka EDF pristupa je da su sve relevantne informacije za određivanje relativnog rizika defaulta sadržane u očekivanoj tržišnoj vrijednosti imovine, točki defaulta i volatilnosti imovine. Pretpostavlja se da su razlike obzirom na industriju, nacionalnu lokaciju, veličinu itd. uključene u te mjere, posebice volatilnost imovine.

8. SUMMARY

In this paper a model of financial markets is elaborated which is very popular in practice. This is the Black-Scholes model. BS formula is a way to determine how much a call option is worth at a given time t . But before that, it was useful to say something about the Brownian motion which is a tool for analysis of financial market.

Credit institutions can no longer ignore the information on the capital market, but should use them in credit risk management. Therefore, the aim of the study was a possibility of the model to be able to display the expected default frequency in credit risk assessment companies. A key assumption of the EDF approach is that all the relevant information for determining relative default risk is contained in the expected market value of assets, the default point and the asset volatility. Differences due to industry, national location, size and so forth are assumed to be subsumed in these measures, notably the asset volatility.

9. ŽIVOTOPIS

Rođena sam u Brčkom, 2. veljače 1985. godine. Osnovnu školu završila sam u Gunji 1999. godine. Nakon završene osnovne škole upisala sam Opću gimnaziju u Županji i maturirala 2003. godine. Godine 2004. upisala sam u Osijeku na Odjelu za matematiku Preddiplomski studij matematike te nakon toga, 2007. Diplomski studij smjer poslovna i financijska matematika.