

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
ODJEL ZA FIZIKU



JULIJA ZEČEVIĆ-PEJIĆ

**ODREĐIVANJE BRZINE ZVUKA
POMOĆU KUNDTOVE CIJEVI**

Diplomski rad

Osijek, 2021.

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU

ODJEL ZA FIZIKU



JULIJA ZEČEVIĆ-PEJIĆ

**ODREĐIVANJE BRZINE ZVUKA
POMOĆU KUNDTOVE CIJEVI**

Diplomski rad

predložen Odjelu za fiziku Sveučilišta J. J. Strossmayera u Osijeku radi stjecanja
akadenskog naziva magistra edukacije fizike i informatike

Osijek, 2021.

Ovaj diplomski rad je izrađen u Osijeku pod vodstvom mentora izv. prof. dr. sc. Vanje Radolića i komentora Igora Miklavčića, pred. u sklopu Sveučilišnog diplomskog studija fizike i informatike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku.

Sadržaj

1. UVOD	1
2. OSNOVE MEHANIČKOG VALNOG GIBANJA	2
2.1. TITRANJE.....	2
2.2. VALOVI.....	2
2.3. OPIS HARMONIJSKIH VALOVA.....	3
3. LONGITUDINALNI VALOVI – VALOVI ZVUKA	5
3.1. INTENZITET ZVUKA	7
3.2. BRZINA ZVUKA U ZRAKU.....	9
4. STOJNI VALOVI	13
4.1. INTERFERENCIJA VALOVA	13
4.2. REFLEKSIJA VALOVA	14
4.3. STOJNI LONGITUDINALNI VALOVI	16
4.4. KUNDTOVA CIJEV	20
5. EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE BRZINE ŠIRENJA ZVUKA POMOĆU KUNDTOVE CIJEVI	26
5.1. POKUS 1. Originalan Kundtov pokus.	26
5.2. POKUS 2. Određivanje brzine zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi i piljevine.	31
5.3. POKUS 3. Odeđivanje brzine zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi i osciloskopa.....	37
6. METODIČKA OBRADA	44
7. ZAKLJUČAK	57
8. LITERATURA	59
9. ŽIVOTOPIS	61

ODREĐIVANJE BRZINE ZVUKA POMOĆU KUNDTOVE CIJEVI

JULIJA ZEČEVIĆ-PEJIĆ

Sažetak

U teorijskom dijelu diplomskog rada opisala sam osnove mehaničkog valnog gibanja, zvučne valove i izvela sam izraz za brzinu širenja zvučnih valova. Slijedi opis stojnih valova, jer bez njihova razumijevanja ne bi bilo moguće izvesti pokuse i odrediti brzinu širenja zvuka pomoću Kundtove cijevi. Eksperimentalni dio diplomskog rada temelji se na radu njemačkog fizičara Augusta Kundta iz 1866. godine, koji je opisao metodu vizualizacije stojnih valova pomoću staklene cijevi. Služeći se njegovom metodom, izvela sam tri pokusa u kojima sam demonstrirala nastanak stojnih valova. Prvim pokusom odredila sam brzinu širenja zvuka u čeliku i u mesingu, na način kako je to originalno napravio Kundt. Zatim sam izvela još dva pokusa, izmijenivši Kundtov originalni postav eksperimenta, te sam odredila brzinu širenja zvuka u zraku. Na kraju rada dodala sam još i metodičku obradu nastavne jedinice *Stojni valovi i zvuk*, a koja se temelji na pokusima opisanim u radu.

(61 stranica, 29 slika, 7 tablica, 21 literaturnih navoda)

Rad je pohranjen u knjižnici Odjela za fiziku

Ključne riječi: brzina zvuka / frekvencija / Kundtova cijev / stojni val / valna duljina / zrak

Mentor: izv. prof. dr. sc. Vanja Radolić

Komentor: Igor Miklavčić, pred.

Ocjenjivači:

Rad prihvaćen:

MEASURING THE SPEED OF SOUND USING KUNDT'S TUBE

JULIJA ZEČEVIĆ-PEJIĆ

Abstract

In the theoretical part of this master thesis wave motion and sound waves were described, an expression for the speed of sound was derived and nature of standing waves was explained. Without understanding it would be impossible to perform experiments and determine the speed of sound using a Kundt's tube. The experimental part of the thesis is based on the manuscript of German physicist August Kundt from 1866, in which he described a method of visualizing standing waves using a glass tube. Using his method, I performed three experiments in which I demonstrated the formation of standing waves. In the first experiment I determined the speed of sound in brass and in steel, in the way Kundt originally did. Then I performed two more experiments, changing the original Kundt's setup of the experiment, and the speed of sound in the air was determined. At the end of the thesis, I introduced the possible methodical approach to the teaching unit *Standing Waves and Sound*, which is based on the experiments described in the paper.

(61 pages, 29 figures, 7 tables, 21 references)

Thesis deposited in Department of Physics library

Keywords: air / frequency / Kundt's tube / speed of sound / standing wave / wave length

Supervisor: Vanja Radolić, PhD, Associate Professor

Co-Supervisor: Igor Miklavčić, Lecturer

Reviewers:

Thesis accepted:

1. UVOD

Jedna od najraširenijih pojava u prirodi jesu valovi. U svakodnevnom govoru pod valovima najčešće podrazumijevamo valove na vodi, gdje je valna priroda pojave očigledna. No, postoje i drugi oblici valova, kod kojih je valna priroda stoljećima bila skrivena i tek su je složeniji pokusi uspjeli otkriti (elektromagnestki valovi, seizmički valovi, gravitacijski valovi i drugi). Obzirom na širinu pojma, valove nije jednostavno definirati. Općenito se može reći da su valovi poremećaji koji se šire kroz prostor i vrijeme i obično uključuju prijenos energije. Valovi za čije širenje nije potrebno sredstvo nazivaju se elektromagnetski valovi. Skupinu valova koji zahtijevaju sredstvo za širenje nazivamo mehaničkim valovima. Kod mehaničkih valova čestice sredstva titraju oko ravnotežnih položaja, a ono što putuje jest poremećaj. Ako čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja poremećaja, odnosno vala, takav val nazivamo transverzalnim. Ako čestice sredstva titraju u smjeru širenja vala, takav val nazivamo longitudinalnim. Mehanički longitudinalni val frekvencija od 16 Hz do 20 000 Hz naziva se zvuk, a cilj ovog rada jest odrediti brzinu širenja zvuka pomoću Kundtove cijevi.

Diplomski rad sastoji se od teorijskog i eksperimentalnog dijela. U teorijskom dijelu opisala sam zajednička svojstva svim valnim pojavama, a zatim sam definirala i opisala zvučne valove. Slijedi detaljan opis stojnih valova, čije je razumijevanje nužno za eksperimentalni dio rada. U eksperimentalnom dijelu opisala sam tri pokusa u kojima sam demonstrirala nastanak stojnih vala pomoću Kundtove cijevi. Kundtova cijev obična je staklena cijev koja je ime dobila po njemačkom fizičaru Augustu Kundtu. On je na vrlo jednostavan način uspio vizualizirati stojne valove i tako odrediti brzinu širenja zvuka kroz različita sredstva. Služeći se originalnim rukopisom iz 1866. godine, detaljno sam proučila Kundtovu metodu određivanja brzine zvuka, te sam izvela pokus na način kako ga je Kundt izvorno izveo i tako odredila brzinu širenja zvuka u čeliku i mesingu. Zatim sam izvela još dva pokusa, mijenjajući originalni postav eksperimenta, te sam odredila brzinu širenja zvuka u zraku.

Na kraju rada dodala sam pripremu za izvođenje nastavne jedinice *Stojni valovi i zvuk*. Učenici poimaju valove najčešće samo u obliku valova na vodi, a pojam svjetlosti ili zvuka kao oblik vala učenicima je apstraktan i nerazumljiv. Kundtova cijev jednostavan je alat koji u nastavi može poslužiti za stvaranje jasnije slike i olakšati učenicima razumijevanje zvučnih valova. U posljednjem dijelu diplomskog rada, na osnovi izvedenih pokusa i dobivenih rezultata, izvela sam zaključak. Zatim sam navela literaturu kojoj sam se služila prilikom pisanja diplomskog rada, te sam priložila svoj životopis.

2. OSNOVE MEHANIČKOG VALNOG GIBANJA

2.1. TITRANJE

Astronomija, jedna od najstarijih ljudskih djelatnosti, razvila se iz praktičnih ljudskih potreba: izrada kalendara, određivanje točnog vremena, određivanje položaja, orijentacija pri putovanjima, itd. Drevne civilizacije promatrale su nebo i nebeska tijela, te su tako spoznale određene zakonitosti kod nebeskih pojava. Zapaženo je da Sunce svaki dan izlazi i zalazi, Mjesečeve faze ponavljaju se svaki mjesec, godišnja doba ponavljaju se svake godine, a u skladu s promjenama godišnjih doba mijenja se i noćno zvjezdano nebo. Iz ponavljajućih gibanja nebeskih objekata mogli su zaključiti da su određene pojave u prirodi predvidljive. Danas, svako takvo gibanje koje se nakon nekog vremena ponavlja nazivamo periodičnim gibanjem. Periodično gibanje tijela po putanji koja se ponavlja naziva se titranje. Veličine koje opisuju titranje su:

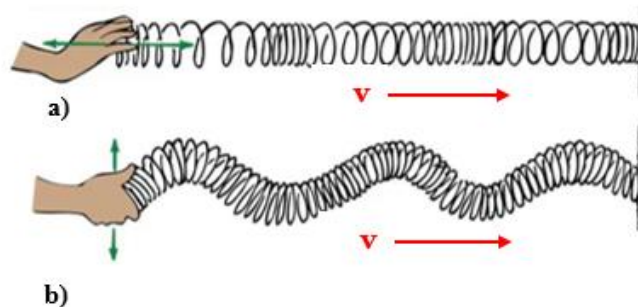
- period titranja, T - vremenski interval nakon kojeg se gibanje ponavlja,
- frekvencija titranja, f - broj titraja u jedinici vremena,
- elongacija, x - otklon tijela od ravnotežnog položaja,
- amplituda titranja, A - maksimalni otklon tijela od ravnotežnog položaja [1].

2.2. VALOVI

Kada tijelo, određeno svojom masom, stalno mijenja položaj u odnosu na neko drugo tijelo, kažemo da ono putuje. Tvar se, dakle, širi prostorom. No, postoji vrsta gibanja pri kojemu se prostorom ne širi tvar, nego poremećaj. Takvo gibanje nazivamo valnim gibanjem, a poremećaj koji se širi prostorom, i najčešće uključuje prijenos energije, nazivamo valom. Valno gibanje jedna je od najraširenijih pojava u prirodi. Najčešće se uz pojam valova vežu samo valovi na vodi, gdje je valna priroda očigledna. No, valovi se javljaju i u potpuno drukčijem obliku, kao što su zvuk i svjetlost. Valno gibanje je prijenos količine gibanja (i energije) nekim sredstvom preko niza oscilatora, no sami oscilatori ne putuju. Oni titraju oko svojih ravnotežnih položaja. Progressivni valovi šire se u određenom smjeru i pritom se prenosi energija s čestice na česticu. Kod stojnih valova neke čestice titraju, a neke stalno miruju, te nema prijenosa energije [1].

Prema načinu titranja oscilatora razlikuju se dvije vrste valova. Transverzalni val je val kod kojeg čestice sredstva titraju okomito na smjer širenja vala. Longitudinalni val je val kod kojeg čestice sredstva titraju u smjeru širenja vala [2]. U čvrstim tijelima mogu se rasprostirati i transverzalni i longitudinalni valovi, dok se u sredstvima tekućeg i plinovitog agregatnog stanja mogu rasprostirati samo longitudinalni valovi [3].

Valove za čije je širenje potrebno sredstvo nazivamo mehaničkim valovima. Takvi valovi su, primjerice, valovi na vodi, seizmički valovi i zvučni valovi. Osim njih, postoje i valovi za čije širenje nije potrebno sredstvo. Primjer takvih valova su elektromagnetski valovi i gravitacijski valovi [1].



Slika 1. Usporedba a) longitudinalnog vala i b) transverznog vala. Zelena strelica pokazuje smjer titranja čestica sredstva, a crvena strelica pokazuje smjer širenja vala [4].

2.3. OPIS HARMONIJSKIH VALOVA

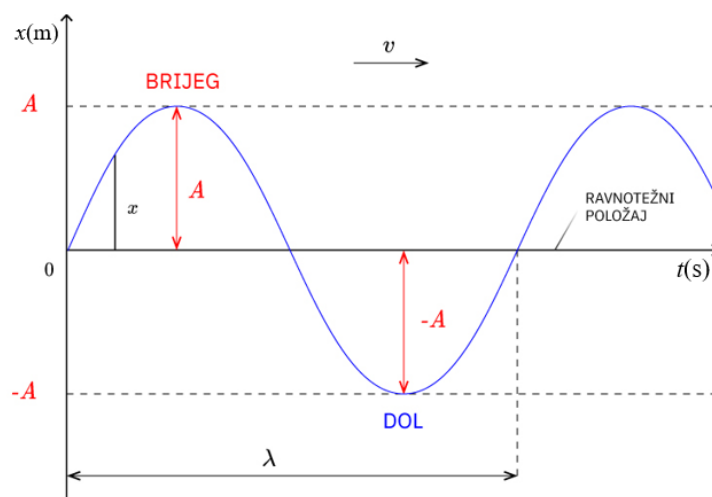
Osobito važno titranje u prirodi i tehnici jest harmonijsko titranje. Harmonijsko titranje je titranje tijela pod utjecajem elastične sile koju opisuje Hookeov zakon: elastična sila F razmjerna je pomaku tijela x od ravnotežnog položaja i uvijek djeluje tako da vraća tijelo u ravnotežni položaj,

$$F = -k \cdot x. \quad (1)$$

Koeficijent razmjernosti k je konstanta elastičnosti. Tijelo koje harmonijski titra naziva se harmonijski oscilator. Elongacija harmonijskog titranja s vremenom se mijenja po funkciji sinus:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad (2)$$

pri čemu je $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ kružna frekvencija u kojoj je f frekvencija titranja, A je amplituda titranja, a član $(\omega \cdot t + \varphi_0)$ je faza harmonijskog titranja s početnom fazom φ_0 . Faza titranja određena je položajem i brzinom tijela koje titra i ona opisuje stanje titrajnog procesa. Faza titranja sinonim je za fazni kut. Mjerna jedinica za fazu titranja je radijan, $[\varphi] = rad$. Početna faza φ_0 početni je iznos kuta između tijela i ravnotežnog položaja [1]. Harmonijski val je val kod kojeg svi oscilatori titraju harmonijski (Slika 2.). Svi drugi oblici valova mogu se prikazati kao zbroj harmonijskih valova različitih amplituda i frekvencija [5].



Slika 2. Opis harmonijskog vala [6].

Dio vala kojeg oblikuju oscilatori s pozitivnom elongacijom x naziva se brijeg vala. Dol vala je dio vala s negativnom elongacijom. Amplituda A je udaljenost oscilatora od ravnotežnog položaja do najviše točke brijega, odnosno do najniže točke dola. To je dakle, maksimalna elongacija. Još jedna veličina važna za opis vala jest valna duljina koja se označava grčkim slovom λ (lambda). Najjednostavnije rečeno, valna duljina je udaljenost između dva susjedna brijega ili između dva susjedna dola. No, ispravnije bi bilo reći da je valna duljina udaljenost između dvije susjedne točke vala koje su u fazi [1]. Valna duljina se može definirati i kao put kojeg val prijeđe brzinom v za vrijeme jednog perioda T :

$$\lambda = v \cdot T. \quad (3)$$

Mjerna jedinica za valnu duljinu jest metar, $[\lambda] = \text{m}$.

Frekvencija vala f jednaka je recipročnoj vrijednosti perioda T :

$$f = \frac{1}{T}. \quad (4)$$

Iz izraza za frekvenciju vala (4) i izraza za valnu duljinu (3), lako se dođe do izraza za brzinu širenja vala:

$$v = \lambda \cdot f. \quad (5)$$

Valna brzina jednaka je umnošku valne duljine λ i frekvencije vala f . To je brzina kojom se poremećaj širi prostorom, a izraz (5) osnovna je relacija koja vrijedi za svako valno gibanje [1]. Pri prijelazu vala iz jednog sredstva u drugo, brzina vala će se promijeniti u ovisnosti o svojstima tog sredstva (elastičnost i gustoća), čime se mijenja i valna duljina. Frekvencija će pritom ostati

nepromijenjena, ona ovisi samo o izvoru. Veličina razmjerna recipročnoj vrijednosti valne duljine naziva se valni broj k :

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}. \quad (6)$$

Brzinu vala možemo onda izraziti i kao količnik kružne frekvencije ω i valnog broja k :

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (7)$$

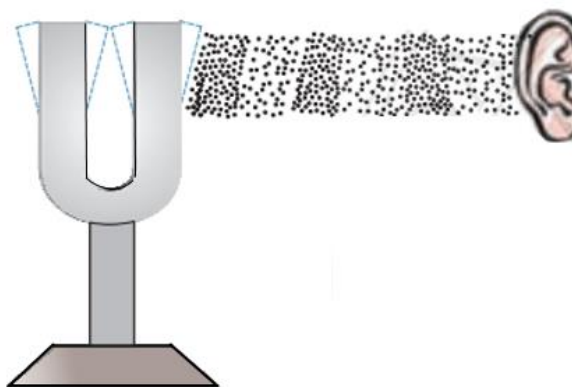
3. LONGITUDINALNI VALOVI – VALOVI ZVUKA

Čovjek svakodnevno prima mnoštvo informacija iz svoje okoline, a koje mu omogućuju normalno funkcioniranje i snalaženje u prostoru i vremenu. To primanje informacija omogućeno je osjetilima kojih, prema antičkom filozofu Aristotelu, ima pet: vid, opip, okus, njuh i sluh. Kasnija pak istraživanja tvrde da čovjek posjeduje puno više osjetila: ravnoteža, bol, temperatura, itd. Sluh je osjet kojim se zamjećuju zvukovi i tumači se njihovo značenje. Grana fizike koja se bavi načinima dobivanja i zakonima širenja zvuka naziva se akustika. Začetnikom akustike smatra se Marin Mersenne¹, koji je prvi definirao ton i zvuk kao titranje zraka. No, već su i stari Grci proučavali zvukove i spoznali povezanost između osjeta zvuka i titranja žica. Oni su znali da se titranje žica i membrana širi zrakom kao zvuk koji dolazi do našeg uha.

Da bi zvuk nastao, potreban je izvor zvuka. To može biti bilo koje tijelo čije molekule vrše određeno titranje. Ono što će naše osjetilo sluha registrirati ovisi upravo o izvoru zvuka. Da bi nastalo titranje stiglo do našeg osjetila sluha, potrebno je sredstvo kojim će se titranje prenijeti. Sredstvo kojim se prenosi zvuk može biti u bilo kojem agregatnom stanju [8].

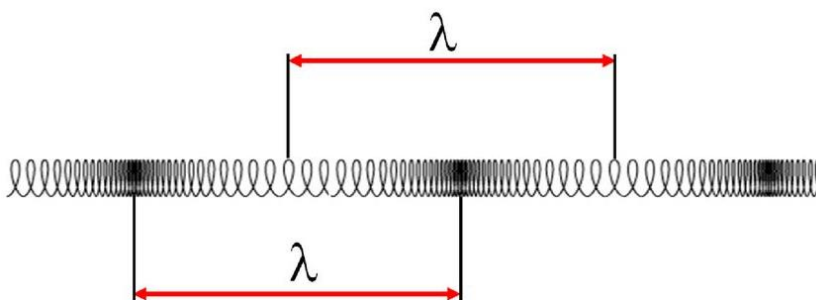
Neka je izvor zvuka glazbena vilica, koju ćemo udarcem mekanog batića pobuditi na titranje. Kada se glazbena vilica (Slika 3.) pomakne iz ravnotežnog položaja udesno, na desnoj strani nastane područje veće gustoće i većeg tlaka, odnosno zgušnjenje. Na lijevoj strani u istom trenutku nastane područje manjeg tlaka i manje gustoće, odnosno razrjeđenje. Potisnute čestice sredstva, u ovom slučaju zraka, ne odlete daleko jer ih zaustavljaju susjedne čestice.

¹ Marin Mersenne (Oize, 8. rujna 1588. – Pariz, 1. rujna 1648.) bio je francuski matematičar, fizičar, filozof i glazbeni teoretičar [9].



Slika 3. Titranje glazbene vilice [1].

No, i te susjedne čestice bivaju potisnute, pa ponovno zaustavljene susjednim područjem. Na ovaj način zrakom se širi poremećaj u obliku zgušnjjenja i razrjeđenja. Lokalna područja zraka ponašaju se kao oscilatori koji titraju u smjeru širenja poremećaja. Ovakva vrsta poremećaja definirana je kao longitudinalni val (Slika 4.).



Slika 4. Longitudinalni val sastoji se od niza zgušnjjenja i razrjeđenja. To su poremećaji koji putuju sredstvom i prenose energiju. Valna duljina longitudinalnog vala jednaka je razmaku između dvaju susjednih zgušnjjenja, odnosno dvaju susjednih razrjeđenja [10].

Da bismo nastalo longitudinalno titranje zraka mogli registrirati osjetilom sluha, ono se mora prenositi točno određenom frekvencijom. Frekvencije longitudinalnih valova na koje je ljudsko uho osjetljivo kreću se u rasponu od 16 Hz do 20 000 Hz. Tu pojavu opažamo kao zvuk. Zvučni val je, dakle, longitudinalni val frekvencije od 16 Hz do 20 000 Hz. Longitudinalne valove frekvencije manje od 16 Hz nazivamo infrazvukom, a longitudinalne valove frekvencije veće od 20 000 Hz nazivamo ultrazvukom [1].

3.1. INTENZITET ZVUKA

Iz svakodnevnog života poznata nam je činjenica da što smo bliže izvoru koji proizvodi zvuk, mi taj zvuk čujemo jače. Udaljavanjem od izvora zvuka, zvuk sve slabije čujemo, i to je posljedica činjenice da se zvučni val širi prostorom na sve strane jednako. Snaga izvora, energija koju izvor emitira u jedinici vremena, raspoređuje se na veću površinu što zvuk dalje putuje. Intenzitet zvuka opada i zbog atenuacije, odnosno, prigušenja. Područja zraka koja osciliraju su prigušeni, a ne slobodni oscilatori. Intenzitet zvuka I definiran je kao snaga izvora zvuka P po jedinici površine S :

$$I = \frac{P}{S}. \quad (8)$$

Mjerna jedinica za jakost zvuka je vat po metru kvadratnom, $[I] = \frac{W}{m^2}$.

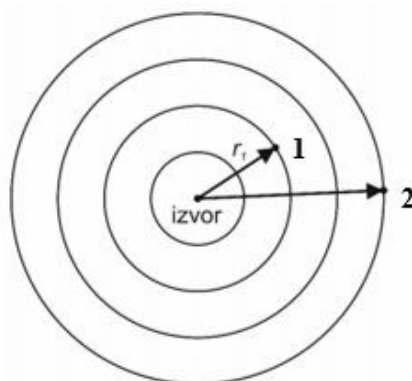
Za točkasti izvor jakost zvuka na udaljenosti r od izvora jednaka je omjeru snage izvora i površine kugle polumjera r :

$$I = \frac{P}{4 \cdot r^2 \cdot \pi}. \quad (9)$$

Uzmemo li u obzir i atenuaciju s koeficijentom prigušenja k , tada izraz za jakost zvuka poprima oblik:

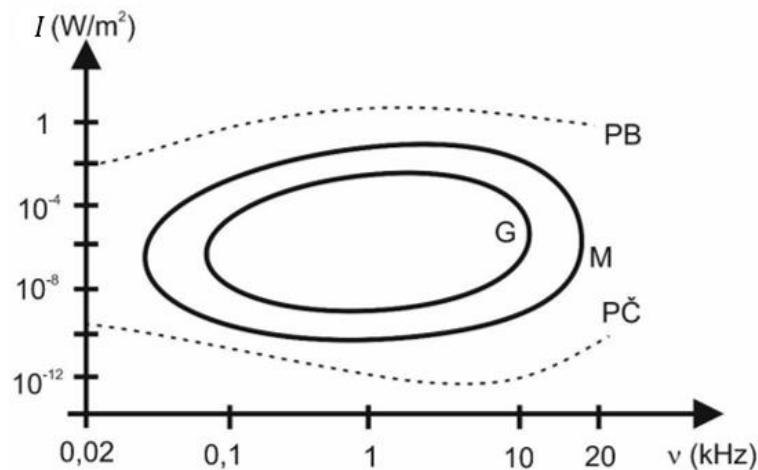
$$I = \frac{P}{4 \cdot r^2 \cdot \pi} \cdot e^{-k \cdot r}. \quad (10)$$

Dakle, jakost zvuka opada s kvadratom udaljenosti. Ako je udaljenost od izvora zvuka r_2 dva puta veća od udaljenosti r_1 , jakost zvuka na mjestu 2 četiri je puta manja od jakosti zvuka na mjestu 1 (Slika 5.).



Slika 5. Intenzitet zvuka opada s kvadratom udaljenosti od izvora [1].

Raspon frekvencija koje ljudsko uho može čuti za svaku osobu je individualan. Osjetljivost uha može se ispitati na način da se jakost sinusnog tona određene frekvencije povećava sve dok slušatelj osjetom sluha ne zamijeti upadni val. Kaže se da je on tada dostigao svoj prag čujnosti, $P\check{C}$. Nastavi li se jakost zvuka povećavati, slušatelj u jednom trenutku više neće čuti zvuk nego će osjećati bol u ušima. Tada je dostigao prag bola, PB . Prag bola za zvuk frekvencije 1000 Hz iznosi: $I = 1 \frac{W}{m^2}$. Ponavljanjem ispitivanja za različite frekvencije, dobit će se dvije krivulje: krivulja praga čujnosti i krivulja praga bola (Slika 6.). Prag čujnosti za zvuk frekvencije od 1000 Hz iznosi $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$, a kako pokazuje krivulja praga čujnosti, taj prag je još niži za frekvencije od 2 kHz do 5 kHz [11].



Slika 6. Krivulje praga čujnosti i boli, te uobičajeno područje jakosti za govor (G) i glazbu (M) [11].

Budući da je raspon intenziteta zvuka koje ljudsko uho može čuti vrlo velik ($\sim 10^{14} \frac{W}{m^2}$), uobičajeno je za neki intenzitet zvuka I iskazati razinu jakosti zvuka L :

$$L = \log \frac{I}{I_0}. \quad (11)$$

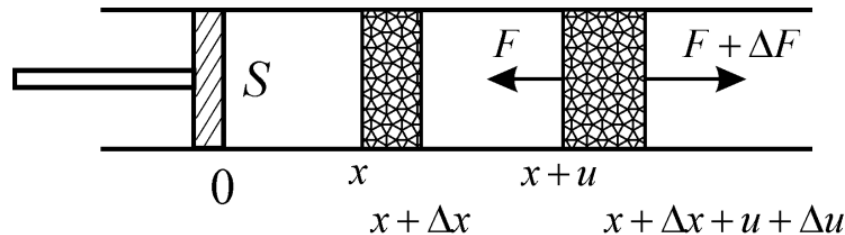
Mjerna jedinica za razinu jakosti zvuka je bel, $[L] = B$, ali je praksa izražavati je u decibelima:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ (dB)}. \quad (12)$$

3.2. BRZINA ZVUKA U ZRAKU

Zvuk je longitudinalni val, a za longitudinalne valove vrijedi da se mogu širiti u sredstvima svih agregatnih stanja. Brzina zvuka pritom je najveća u čvrstim tijelima, manja u tekućinama, a najmanja u plinovima. No, brzina zvuka razlikovat će se u ovisnosti o gustoći sredstva i njegovim elastičnim svojstvima. Ako se radi o sredstvima u istom agregatnom stanju, zvuk će biti brži u sredstvu manje gustoće. Što se tiče elastičnog svojstva sredstva, zvuk će biti brži u onim sredstvima koja se manje deformiraju pri djelovanju sile [5].

Izraz za brzinu širenja longitudinalnog vala, pa tako i zvuka, može se izvesti pomoću cijevi poprečnog presjeka S u kojoj se nalazi nekakav fluid gustoće ρ pod tlakom p . Cijev je na desnom kraju zatvorena, a na lijevom kraju nalazi se pomični klip (Slika 7.). U trenutku $t = 0$ pomaknimo klip malo udesno brzinom u . Time će se i molekule fluida tik do čepa pomaknuti udesno. Djelovanjem elastične sile te su molekule potisnule susjedne molekule u istom smjeru. Nastao je poremećaj, a čestice elastičnog sredstva šire se u smjeru širenja tog poremećaja, odnosno duž smjera cijevi [3, 12].



Slika 7. Mjerenje brzine zvuka u cijevi [3].

Promatramo element fluida između apcisa x i $x + \Delta x$. Neka je cijev ispunjena zrakom. Pomicanjem klipa udesno, došlo je do kompresije zraka i u cijevi je nastao poremećaj koji se širi kao longitudinalni val. Tada se prvi (lijevi) presjek elementa pomakne za u , a drugi se pomakne za $u + \Delta u$. Uzrok nastale deformacije fluida jest razlika sila F i $F + \Delta F$. Razlika tlakova u zraku tada je:

$$\Delta p = \frac{\Delta F}{S}, \quad (13)$$

Za daljnji račun potrebno je uvesti veličinu koja opisuje fluid, modul kompresije B , definiranu kao:

$$B = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}. \quad (14)$$

Uz oznaku za tlak $p = -\Delta p$ iz izraza (14) slijedi:

$$p = B \cdot \frac{\Delta V}{V} \quad (15)$$

Početni se volumen fluida

$$V = S \cdot \Delta x \quad (16)$$

pomakom klipa smanjio za iznos

$$\Delta V = S \cdot \Delta u \quad (17)$$

Ako izraze (16) i (17) uvrstimo u izraz (15) slijedi:

$$p = B \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad (18)$$

Pomake elementa zraka promatramo kao infinitezimalno male veličine, pa vrijedi:

$$p = B \cdot \frac{du}{dx}, \quad (19)$$

što diferencirano po x daje:

$$dp = B \cdot \frac{d^2u}{dx^2} dx. \quad (20)$$

Razlika sila ΔF jednaka je umnošku mase promatranog elementa zraka Δm i ubrzanja a :

$$dF = dm \cdot a. \quad (21)$$

Prema definiciji je:

$$dF = S \cdot dP, \quad (22)$$

$$dm = \rho_0 \cdot S \cdot dx, \quad (23)$$

$$a = \frac{d^2u}{dt^2}. \quad (24)$$

Kada se izrazi (23) i (24) uvrste u izraz (21), a potom se desne strane izraza (21) i (22) izjednače i krata sa S , dobije se:

$$dp = \rho_0 \cdot dx \cdot \frac{d^2u}{dt^2}. \quad (25)$$

Kada se izjednače desne strane izraza (25) i (20) i krata se sa dx , dobije se parcijalna diferencijalna jednačica drugog reda koja opisuje longitudinalno valno gibanje:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{B}{\rho_0} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (26)$$

Kako dimenzija omjera modula kompresije i gustoće iznosi:

$$\left[\frac{B}{\rho_0} \right] = [L^2 T^{-2}] \quad (27)$$

što odgovara dimenziji kvadrata brzine, možemo uvesti oznaku:

$$\frac{B}{\rho_0} = v_0^2, \quad (28)$$

pa jednačba (26) poprima oblik:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v_0^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (29)$$

Dobili smo izraz za brzinu zvuka u zraku:

$$v_0 = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}, \quad (30)$$

Izraz (30) predstavlja izraz za brzinu širenja longitudinalnog vala u fluidu.

Indeksi u izrazu (30) odnose se na temperaturu sredstva u kojemu se zvuk širi. Za standardnu temperaturu uobičajeno se uzima $T_0 = 273,15$ K. Služeći se jednačbom stanja idealnog plina:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T, \quad (31)$$

lako se dođe do izraza za brzinu zvuka u ovisnosti o temperaturi T fluida:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}, \quad (32)$$

$$\frac{V_0}{V} = \frac{p \cdot T_0}{p_0 \cdot T}, \quad (33)$$

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad \rho_0 = \frac{m}{V_0} \rightarrow \frac{V_0}{V} = \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (34)$$

Izjednačimo sada desne strane izraza (34) i (33) i izrazimo gustoću:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p \cdot T_0}{p_0 \cdot T}, \quad (35)$$

$$\rho = \frac{\rho_0 \cdot p \cdot T_0}{p_0 \cdot T}. \quad (36)$$

Modul kompresije B u termodinamici se iskazuje kao umnožak adijabatskog koeficijenta κ i tlaka:

$$B = \kappa \cdot p, \quad (37)$$

pa za brzinu zvuka vrijedi sljedeći izraz:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}}. \quad (38)$$

Stavimo sada u odnos izraze (38) i (30):

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}}}{\sqrt{\frac{B}{\rho_0}}}, \quad (39)$$

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{\rho_0 \cdot p}{\rho \cdot p_0}}. \quad (40)$$

Iz izraza (36) vrijedi:

$$\frac{\rho_0 \cdot p}{\rho \cdot p_0} = \frac{T}{T_0}. \quad (41)$$

Kada izraz (41) uvrstimo u izraz (40) konačno dolazimo do izraza za brzinu zvuka u ovisnosti o temperaturi T fluida:

$$v = v_0 \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}}. \quad (42)$$

Ako iz jednadžbe stanja idealnog plina (31) izrazimo odnos tlaka i gustoće:

$$p = \frac{m}{V} \cdot \frac{R \cdot T}{M} = \rho \cdot \frac{R \cdot T}{M}, \quad (43)$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R \cdot T}{M}, \quad (44)$$

i uvrstimo ga u izraz (38), izraz za brzinu zvuka poprimi sljedeći oblik:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa \cdot R \cdot T}{M}}. \quad (45)$$

Adijabatski koeficijent za dvoatomne plinove, u ovom slučaju za zrak, iznosi $\kappa = 1,4$. Molarna masa zraka iznosi $M = 0,029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$, a R iz izraza (45) oznaka je za opću plinsku konstantu i ona iznosi $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$. Poznavajući sve ove veličine, možemo numerički odrediti brzinu zvuka u zraku pri apsolutnoj temperaturi $T_0 = 273,15 \text{ K}$:

$$v_0 = 331,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (46)$$

Izraz (45) pokazuje da je brzina zvuka u fluidu razmjerna korijenu iz temperature. Što je veća temperatura fluida (zraka) veća, veća će biti i brzina zvuka u tom sredstvu.

Za brzinu širenja longitudinalnog vala kroz neku čvrstu tvar, gustoće ρ i Youngova modula elastičnosti E , vrijedi izraz: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ [12].

4. STOJNI VALOVI

4.1. INTERFERENCIJA VALOVA

Mehanički val je poremećaj koji se širi prostorom, a za čije širenje je potrebno sredstvo. Zanima nas što će se dogoditi ako dva vala, ili više njih, u istom trenutku prolaze istim dijelom sredstva. Svaki od tih valova uzrokovat će vlastitu promjenu u sredstvu širenja, a ukupna promjena bit će jednaka zbroju promjena svakog pojedinačnog vala. Ova tvrdnja naziva se načelom superpozicije i ona vrijedi uz uvjet linearnosti: promjena mora biti razmjerna uzroku. Kod harmonijskih valova ovaj uvjet je ispunjen, oscilatori titraju harmonijski pod utjecajem elastične sile koja je razmjerna pomaku tijela iz ravnotežnog položaja. Harmonijski val ima oblik funkcije sinus. Elongacija pojedinog oscilatora u trenutku t može se prikazati kao:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \Delta\varphi), \quad (47)$$

pri čemu pomak $\Delta\varphi$ može biti pozivitan, negativan ili nula. Ako dva harmonijska vala prolaze istom točkom prostora, ukupni pomak oscilatora jednak je zbroju pomaka pojedinačnih valova. Radi jednostavnosti, uzet ćemo da je fazni pomak nula, $\Delta\varphi = 0$:

$$y = y_1 + y_2 \quad (48)$$

$$y = A_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x) + A_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x) \quad (49)$$

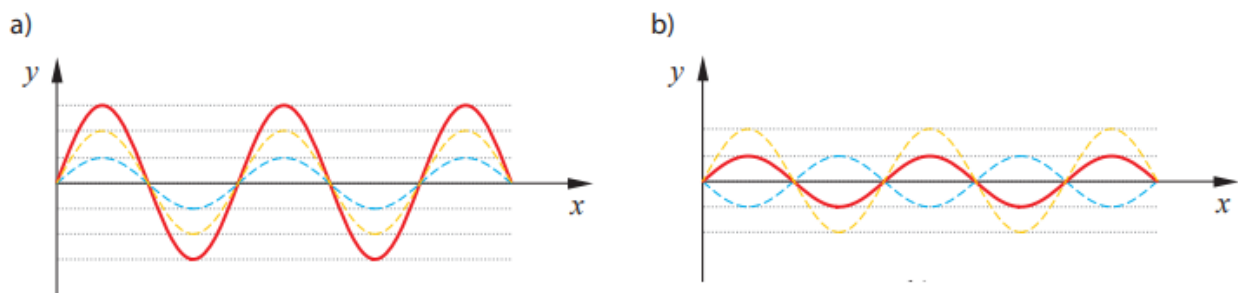
Ako su amplituda, kružna frekvencija i valni broj prvog vala u odnosu na drugi puno veći, tada superpozicija nije izražena. No, ako su amplitude, kružne frekvencije i valni brojevi približno jednakog iznosa ($A_1 = A_2 = A, \omega_1 = \omega_2 = \omega, k_1 = k_2 = k$), tada zbog superpozicije dolazi do interferencije valova. Rezultat superpozicije ovisit će samo o tome koliko je jedan val pomaknut u odnosu na drugi, odnosno o razlici hoda δ :

$$\delta = \frac{\varphi}{2 \cdot \pi} \cdot \lambda. \quad (50)$$

Razlika hoda je udaljenost za koju jedan val ide ispred drugog vala. Ovisi o valnoj duljini λ i o razlici u fazi dvaju valova φ . Razlika u fazi može biti između 0 i 2π , a razlika u hodu može biti između 0 i λ . Ako je razlika hoda jednaka cijelom broju valnih duljina, $\delta = 0, \lambda, 2\lambda, \dots$, tada su

valovi u fazi. Valovi u protufazi su valovi čija je razlika hoda δ jednaka neparnom broju polovina valne duljine, $\delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$. Harmonijski valovi iste frekvencije i valne duljine, čija se razlika hoda vremenom ne mijenja, nazivaju se koherentni valovi. Kad ovo znamo, možemo najzad definirati spomenutu valnu pojavu interferenciju.

Interferencija je valna pojava pojačavanja ili poništavanja (djelomičnog ili potpunog) koherentnih valova koji se nađu u istom trenutku na istom mjestu. Ovisno o tome jesu li valovi koji interferiraju u fazi ili protufazi, interferencija može biti konstruktivna ili destruktivna. Konstruktivna interferencija nastaje kada su valovi koji interferiraju u fazi (Slika 8.a), a rezultatni val ima amplitudu veću od amplituda početnih valova. Destruktivna interferencija je interferencija valova koji su u protufazi (Slika 8.b). Rezultatni val pritom može biti i potpuno poništen [1].



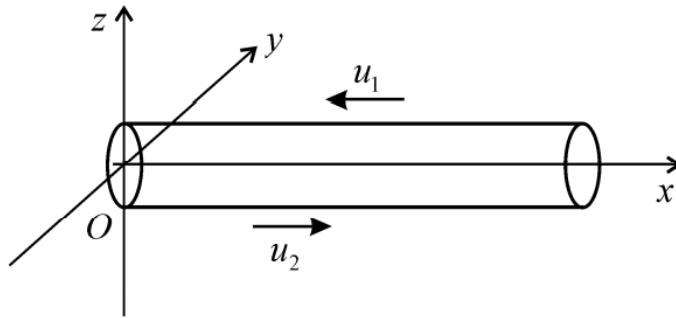
Slika 8. Interferencija dvaju valova: a) konstruktivna; b) destruktivna. Iscrtkane linije označavaju dva vala koji interferiraju, a puna linija označava rezultatni val [1].

4.2. REFLEKSIJA VALOVA

Osim interferencije, valovi imaju i svojstvo refleksije. Refleksija vala je odbijanje vala od prepreke. Prepreka je elastično sredstvo čija su svojstva drugačija od svojstva sredstva kojim se val do tada širio. Razlikujemo dva granična slučaja refleksije koju ćemo objasniti na primjeru longitudinalnog vala koji se širi u elastičnom štapu.

- 1) Refleksija longitudinalnog vala na slobodnom kraju štapa.

Postavimo koordinatni sustav tako da je štap položen uzduž osi x , a slobodan kraj štapa neka je u ishodištu (Slika 9.). Pod djelovanjem vanjskog impulsa sile u štapu je nastao poremećaj koji se širi u obliku upadnog longitudinalnog vala u_1 , prema slobodnom kraju štapa. Na kraju štapa dolazi do refleksije pomaka, i od ishodišta uzduž štapa putuje reflektirani val u_2 .



Slika 9. Refleksija longitudinalnog vala na slobodnom kraju štapa [3].

Rješenje parcijalne diferencijalne jednačbe drugog reda koja opisuje longitudinalno valno gibanje (izraz 26) dano je u obliku:

$$u = f(v \cdot t - x) + \varphi(v \cdot t + x). \quad (51)$$

Funkcija $u(t)$ predstavlja pomak čestice sredstva u longitudinalnom smjeru. Pritom, funkcija $f(v \cdot t - x)$ opisuje valno gibanje u pozitivnom smjeru osi x , odnosno reflektirani val u_2 . Funkcija $\varphi(v \cdot t + x)$ opisuje valno gibanje u suprotnom smjeru, odnosno upadni val u_1 . Pomak sloja štapa na slobodnom kraju, dok traje refleksija, dan je izrazom (51). Budući da na slobodni kraj štapa ne djeluje vanjska sila, krajnji sloj štapa ostaje nepromijenjen ($\Delta u = 0$). Iz te činjenice proizlazi rubni uvjet: $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ za $x = 0$. Derivacija pomaka u je:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -f'(v \cdot t - x) + \varphi'(v \cdot t + x). \quad (52)$$

Uz rubni uvjet slijedi:

$$f'(v \cdot t) = \varphi'(v \cdot t), \quad (53)$$

$$f = \varphi. \quad (54)$$

Dakle, pri refleksiji vala na slobodnom kraju oblik vala ostaje nepromijenjen. Upadni i odbijeni sinusni val imaju istu fazu u ravnini refleksije i nema promjene u fazi [3].

2) Refleksija longitudinalnog vala na nepomičnom kraju štapa.

Kada upadni val u_1 dođe do kraja štapa koji je nepomičan, on se mora reflektirati. Energija upadnog vala ne može se prenijeti preko kraja koji se ne može pomicati. Pomak sloja na kraju štapa je nula i to je onda rubni uvjet koji će odrediti način refleksije: $u = 0$ za $x = 0$. Uvrstimo li rubni uvjet u izraz (51), slijedi:

$$u_{x=0} = f(v \cdot t - x) + \varphi(v \cdot t + x) = 0, \quad (55)$$

$$f_{x=0}(v \cdot t) = -\varphi_{x=0}(v \cdot t), \quad (56)$$

$$f = -\varphi \quad (57)$$

Iz izraza (57) zaključujemo kako nakon refleksije na nepomičnom kraju funkcija vala ostaje ista, ali mijenja svoj predznak. Dolazi do promjene u fazi između upadnog i reflektiranog vala i oni su tada u protufazi [3].

4.3. STOJNI LONGITUDINALNI VALOVI

Neka kroz cilindrični štup poprečnog presjeka S izvor odašilje dva ravna longitudinalna sinusna vala, upadni val u_1 i reflektirani val u_2 :

$$u_1 = A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right), \quad u_2 = A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (58)$$

Valovi imaju jednake amplitude i periode titranja, jednakih su brzina po iznosu, ali suprotnog smjera. Postavimo koordinatni sustav tako da se valovi gibaju duž osi x , a ishodište sustava je u točki gdje su obje faze jednake. Superpozicija ova dva vala daje:

$$y = u_1 + u_2, \quad (59)$$

$$y = A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) + A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (60)$$

Primjenom trigonometrijskog identiteta:

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta \quad (61)$$

izraz (60) svodi se na:

$$y = 2 \cdot A \cdot \cos(k \cdot x) \cdot \cos(\omega \cdot t). \quad (62)$$

Gibanje nastalo superpozicijom upadnog i reflektiranog longitudinalnog vala razmjerno je umnošku dviju kosinusnih funkcija, od kojih jedna ovisi samo o vremenu, a druga samo o prostoru. Vidimo da izraz (62) ne sadrži funkciju $(k \cdot x \pm \omega \cdot t)$; to nije izraz za neki putujući val. Promatrajući ovakav val, mi ne možemo uočiti smjer širenja tog vala. Prema faktoru $\cos(\omega \cdot t)$ vidimo kako sve čestice sredstva imaju jednaku vremensku fazu $\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} = \omega \cdot t$. Ali amplituda pojedinih čestica sredstva se razlikuje u ovisnosti o položaju x čestice u sredstvu: $2 \cdot A \cdot \cos(k \cdot x)$. Ovakva posebna vrsta valnog gibanja naziva se stojni val [13].

Stojni val možemo opisati kao interferenciju dva vala jednakih amplituda i valnih duljina koji se šire na istom pravcu, jedan nasuprot drugome. To se može dogoditi ako se upadni progresivni val reflektira na kraju elastičnog sredstva i zbroji s dolazećim upadnim valom. Za razliku od progresivnog vala koji se širi sredstvom, čestice stojnog vala ne mijenjaju svoje stanje titranja; odatle naziv stacionaran val (ne mijenja se u vremenu) [13].

Izraz (62) možemo zapisati u obliku:

$$y = a \cdot \cos(\omega \cdot t), \quad (63)$$

gdje je a amplituda pomaka koja ovisi samo o apscisi x :

$$a = 2 \cdot A \cdot \cos(k \cdot x). \quad (64)$$

Uvjet za najveću amplitudu pomaka $a = 2 \cdot A$ je:

$$\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} x\right) = 1. \quad (65)$$

Dakle, najveća amplituda pomaka pojavljuje se u točkama:

$$x = n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots). \quad (66)$$

Mjesta u kojima je amplituda pomaka najveća nazivaju se trbusi stojnog vala. Udaljenost između dva susjedna trbuha iznosi $\frac{\lambda}{2}$.

Uvjet za najmanju amplitudu pomaka $a = 0$ je:

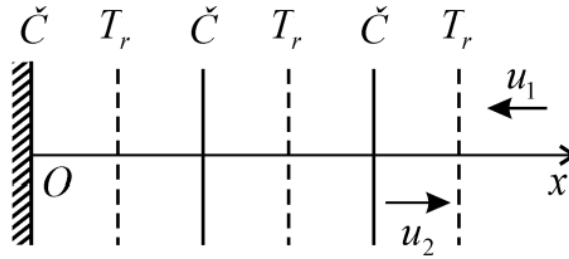
$$\cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} x\right) = 0, \quad (67)$$

što je ispunjeno u točkama:

$$x = (2 \cdot n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots). \quad (68)$$

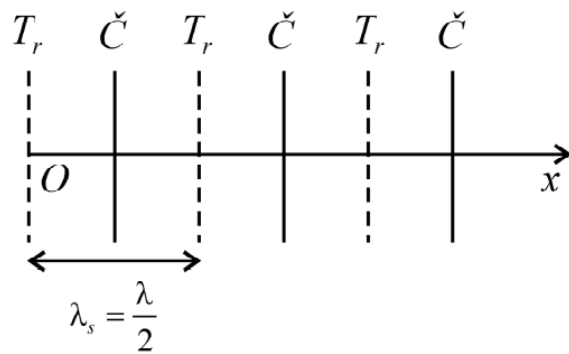
Mjesta u kojima je pomak stalno nula nazivaju se čvorovi stojnog vala. Čvorovi stojnog vala su točke koje stalno miruju. Udaljenost između dva susjedna čvora iznosi $\frac{\lambda}{2}$, dok udaljenost između čvora i susjednog trbuha iznosi $\frac{\lambda}{4}$ [13].

Ako promatramo refleksiju na nepomičnom kraju štapa, kod oznake 0 na Slici 10. će biti čvor stojnog vala. Budući da su čestice sredstva na kraju štapa nepomične, njihov pomak je nula i ispunjen je rubni uvjet: $y = u_1 + u_2 = 0$.



Slika 10. Refleksija na nepomičnom kraju štapa [3].

U slučaju refleksije na slobodnom kraju štapa, kod oznake 0 na Slici 11. će biti trbuh pomaka stojnog vala.



Slika 11. Refleksija na slobodnom kraju štapa [3].

Neka se nizom impulsa harmonijske sile štap duljine l pobudio u longitudinalnom smislu. Način na koji će štap titrati ovisit će o rubnim uvjetima na krajevima štapa. Moguća su tri slučaja:

1) Oba kraja štapa su slobodna.

a) Na štapu duljine l jedan je čvor između krajeva na kojima su trbusi (Slika 12.a)). Odnosi između duljine štapa l , valne duljine λ , brzine vala v i osnovne frekvencije titranja f_1 su sljedeći:

$$l = \frac{\lambda}{2}; \quad \lambda = 2 \cdot l = \frac{v}{f_1} \quad \rightarrow \quad f_1 = \frac{v}{2 \cdot l} \quad (69)$$

Budući da valna duljina λ ne može biti veća od $2 \cdot l$, frekvencija f_1 je osnovna frekvencija, odnosno najmanja frekvencija kojom štap može slobodno titrati. Naziva se još i prvi harmonik.

b) Na štapu duljine l dva su čvora između slobodnih krajeva štapa na kojima su trbusi (Slika 12.b))
Vrijede odnosi:

$$l = \lambda; \quad f_2 = \frac{v}{\lambda} \rightarrow f_2 = \frac{v}{l} \quad (70)$$

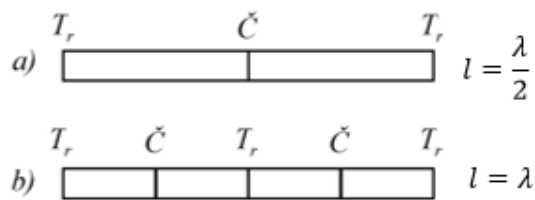
Usporedimo li frekvencije f_1 i f_2 , jasno nam je da u ovom slučaju štap titra dvostrukom frekvencijom u odnosu na osnovnu. Frekvencija f_2 je drugi harmonik.

Istim razmatranjem za štap s tri čvora vrijedit će odnos:

$$l = \frac{3}{2}\lambda; \quad f_3 = \frac{3v}{2l}. \quad (71)$$

Frekvencija f_3 tri puta je veća od osnovne frekvencije i ona se naziva treći harmonik. Općenito, frekvencije kojima može titrati slobodan štap odnose se kao cijeli brojevi:

$$\frac{f_k}{f_1} = k; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (72)$$



Slika 12. Štap duljine l s oba kraja slobodna: a) s jednim čvorom, b) s dva čvora [3].

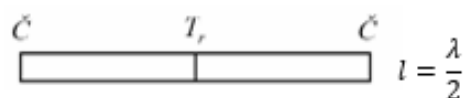
2) Oba kraja štapa su nepomična.

Na krajevima štapa su čvorovi (Slika 13.). Ako je jedan trbuh između dva krajnja čvora, na duljinu štapa stane samo polovica valne duljine. Osnovna frekvencija titranja u tom slučaju je:

$$l = \frac{\lambda}{2}; \quad f_1 = \frac{v}{2l}. \quad (73)$$

Daljnijim razmatranjem za dva trbuha, tri trbuha i više njih, za odnos osnovne frekvencije i viših harmonika dobije se izraz kao u 1. slučaju:

$$\frac{f_k}{f_1} = k; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (74)$$



Slika 13. Štap duljine l s oba kraja nepomična [3].

3) Jedan kraj štapa je nepomičan, drugi je slobodan.

Na nepomičnom kraju štapa je čvor, a na slobodnom kraju štapa je trbuh.

a) Ako između krajeva štapa nema ni trbuha ni čvora (Slika 14.a), dobije se osnovna frekvencija f_1 :

$$l = \frac{\lambda}{4}; \quad f_1 = \frac{v}{\lambda} \rightarrow f_1 = \frac{v}{4 \cdot l}. \quad (75)$$

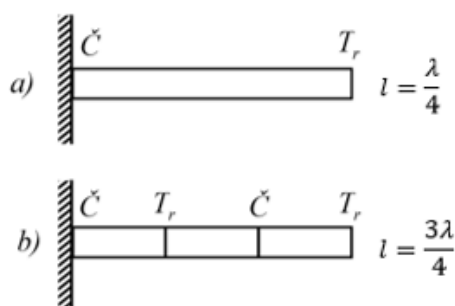
b) Između krajeva štapa jedan je trbuh i jedan čvor (Slika 14.b):

$$l = \frac{3}{4}\lambda; \quad f_3 = \frac{v}{\lambda} \rightarrow f_3 = \frac{3v}{4 \cdot l}, \quad (76)$$

i to je onda treći harmonik.

U ovom slučaju harmonijski niz sastoji se samo od frekvencija neparnih viših harmonika:

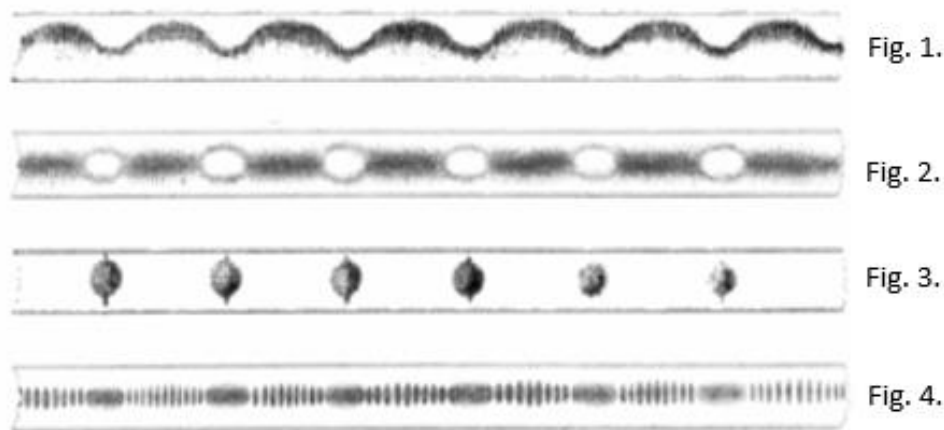
$$\frac{f_{2k-1}}{f_1} = 2k - 1; \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (77)$$



Slika 14. Štap duljine l s jednim nepomičnim i jednim slobodnim krajem [3].

4.4. KUNDTOVA CIJEV

Njemački fizičar August Kundt (Schwerin, 18. studenog 1839. – Israelsdorf, 21. svibnja 1894.) godine 1866., u znanstvenom časopisu *Annalen der Physik (Anali fizike)*, izvijestio je „o novoj vrsti akustičnih figura od prašine i njihovoj primjeni za određivanje brzine zvuka u čvrstim tijelima i plinovima“. U tom izvještaju opisao je vrlo jednostavnu metodu vizualizacije zvučnih stojnih valova, pogodnu za određivanje brzine zvuka u različitim sredstvima [14].



Slika 15. Crtež iz izvornog Kundtovog rada objavljenog u *Analima fizike*, 1866. godine; Kundtova cijev [15].

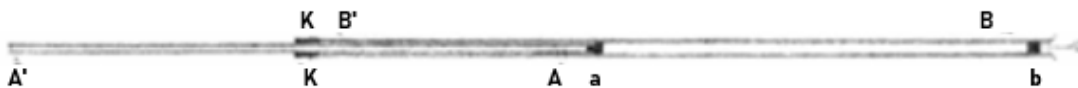
August Kundt izveo je niz pokusa služeći se staklenom cijevi duljine približno 1,2 m i promjera približno 2 cm. U cijev koja je bila potpuno suha, otvorena na oba kraja i položena horizontalno, jednoliko je raspršio spore crvotočine (u nastavku se pod prašinom uvijek podrazumijevaju spore crvotočine) u vrlo tankom sloju uzduž cijevi. Povlačenjem vlažne tkanine po cijevi, stupac zraka unutar cijevi pobudio se longitudinalnim titranjem staklenog štapa. Praš crvotočine skupio se tada na dnu cijevi, na mjestima koja odgovaraju spiralnim čvornim linijama, koje je već ranije uočio francuski fizičar Felix Savart proučavajući uzdužno titranje na cijevima i šipkama. No, ako se cijev zatvori na oba kraja, stegne na jednom ili dva mjesta i na isti način se pobudi, stupac zraka titra tada na vrlo osobit način; na dnu staklene cijevi formiraju se periodične nakupine prašine između kojih su sitne pruge na malim udaljenostima jedna od druge (Slika 15. Fig.1.). Ako se tkanina povlači vrlo brzim i snažnim pokretima, zatim se povlačenje naglo zaustavi i cijev se stisne s tkaninom, praš se skupi u znatno veće i upečatljivije nakupine, između kojih je prazan prostor okružen nježnim prstenom (Slika 15. Fig.2.). Kundtu je bilo jasno da su nastale figure posljedica nastanka stojnih valova unutar cijevi ispunjene zrakom. Nakupine se formiraju zbog trajnih oscilacija stupca zraka, nastalih zbog oscilacija krajeva staklene cijevi, a koje su međusobno izokrone [16, 17].

Da je zaista zrak taj koji prašinu na dnu cijevi formira na opisani način, a ne uzdužne vibracije same cijevi ili trenje stijenke cijevi o zrak, govori činjenica da takve figure ne nastaju kad je cijev otvorena. Drugi dokaz tome je da se broj nakupina praša mijenja kada se cijev ispuni nekim drugim plinom umjesto zraka. I treće, figure ne nastaju u zrakopraznoj cijevi zatvorenoj na oba kraja.

Ako je cijev zatvorena na oba kraja plutenim čepovima, stegnuta na sredini i tkanina se povlači po jednom njezinom kraju, oba slobodna kraja istovremeno se izdužuju i skraćuju, a tako se i masa

zraka unutar cijevi naizmjenice širi i komprimira; stupac zraka titra kao staklena cijev. Na svaki kraj stupca zraka dolazi onoliko titraja koliko je titraja nastalo u cijevi. Kao rezultat toga, u stupcu zraka nastaju stojni valovi, objašnjava Kundt. Svaka formirana nakupina unutar cijevi odgovara polovici valne duljine nastalog stojnog vala. Lakoća nastanka figura, kao i njihov oblik, ovisi o omjeru duljine stupca zraka i duljine zvučnog vala. Da bi nastale jasno izražene figure, neophodno je da duljina stupca zraka bude cjelobrojni višekratnik polovice valne duljine, $l = n \frac{\lambda}{2}$, $n=1, 2, 3, \dots$ [16, 17]. Ovdje se zapravo radi o pojavi rezonancije unutar stupca zraka. Svaki oscilator titra nekom određenom frekvencijom koja uglavnom ovisi o dimenzijama oscilatora i osbinama materije. Ta frekvencija naziva se vlastitom frekvencijom oscilatora. Ako jedan oscilator titra pod djelovanjem drugog oscilatora, takve oscilacije nazivaju se prinudnim oscilacijama. Ako je frekvencija prinudnih oscilacija jednaka vlastitoj frekvenciji oscilatora, dolazi do pojave rezonancije, koja se u pokusima s Kundtovom cijevi očituje pojačanjem zvuka [18].

Kundt u svome izvještaju tvrdi da je za nastanak figura vrlo važno kako i čime se cijev pobuđuje na titranje. Za povlačenje obično je koristio debeli komad vunene tkanine, koji je u potpunosti, ali ne previše, navlažen vodom. Jednako dobro može poslužiti i komad vunenog pletiva, poput čarape. Za spore crvotočine tvrdi da je to definitivno najbolji prah za figure, lagan je i fin. Druge, teže prahove valovi zraka ne mogu pobuditi. Iako se oblik valova prašine može mijenjati pri različitim okolnostima, njihov broj u cijevi ostaje nepromijenjen. Duljina i promjer staklene cijevi ne utječu na rezultate pokusa [16, 17]. Kako bi dobio preciznije rezultate, Kundt je preinačio postav eksperimenta. Izveo je niz pokusa koristeći sada dvije staklene cijevi, AA' i BB' (Slika 16.).



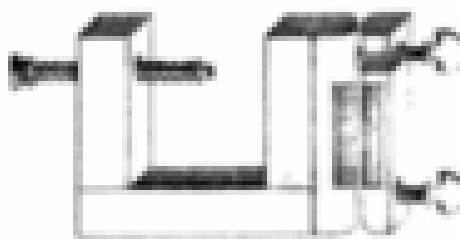
Slika 16. Crtež iz izvornog Kundtovog rada objavljenog u *Analima fizike*, 1866. godine; Kundtova cijev [15].

Pluteni čep zacementirao je u središtu staklene cijevi AA' , koja je umetnuta u malo širu cijev BB' . Cijev AA' na svom je kraju zatvorena čepom a , čiji širi vanjski rub gotovo ispunjava presjek cijevi BB' , ali ne dodirujući previše stijenke cijevi. Cijev BB' na drugom kraju B zatvorena je čepom b , koji je postavljen na mjedenu šipku i može se pomjerati. Ako se aparatura drži u ruci na položaju KK i povlači se tkanina po kraju KA' unutarne cijevi, formiraju se dva čvora. Titranje zatvorenog kraja prenijet će se na stupac zraka između čepova a i b . Prednost ove metode je ta što cijev BB' u kojoj je prašina uopće ne titra i to onda ne utječe na pravilnost nastanka figura. Druga prednost je ta što se čep b može pomjerati i tako se može proučiti utjecaj različitog omjera duljine stupca zraka

i duljine pojedinačnih zvučnih valova u zraku na oblik figura prašine. Budući da staklenu cijev AA' može zamijeniti bilo kakva šipka, uređaj je koristan za određivanje brzine zvuka kroz sva čvrsta tijela koja mogu longitudinalno titrati. Staklena cijev BB' konstruirana je tako da se na nju može pričvrstiti slavina, i pod uvjetom da je cijev hermetički zatvorena, iz nje se može ispumpati zrak i staviti neki drugi plin. Na taj način može se odrediti brzina zvuka i u različitim plinovima [16, 17].

U cijev BB' Kundt je stavio malu količinu spora crvotočine i ravnomjerno ih raspšio. Unutarnju cijev AA' pobudio je povlačenjem tkanine. Pomjerajući čep na šipci BB' uočio je položaj čepa pri kojem se prašina skuplja u točno određenim i jasno izraženim točkama na dnu cijevi, koje su jednako udaljene jedna od druge (Slika 15. Fig.4.). Svaka ta točka predstavlja čvor stojnog vala, a razmak između njih jednak je polovici duljine zvučnog vala u zraku. Stupac zraka ograničen pokretnim čepom i čepom na kraju unutarnje cijevi tim je točkama podijeljen na niz točno jednakih dijelova, tako da je duljina stupca zraka cjelobrojni višekratnik polovice valne duljine. Ne može se posumnjati da su točke na kojima se prašina skuplja zaista čvorovi zvučnog stojnog vala, kada se vidi kako se prašina pri pojavi zvuka pomiče s obje strane u te odgovarajuće točke, tvrdi Kundt. Razlika u obliku figura prašine pri različitim duljinama stupca zraka vrlo je upečatljiva. U jednom slučaju prašina se energično kreće prema čvorovima, dok se u drugom slučaju samo kovitla između dva čvora, a sami čvorovi okruženi su nježnim prstenom prašine. Kundtu se činilo kao da je razlika u figurama prašine posljedica intenziteta stojnih valova u cijevi. Zaključio je da je intenzitet gibanja zraka znatno veći ako je stupac zraka cjelobrojni višekratnik polovice zvučnog vala.

Nakon što je ispitao različite oblike figura i njihove osobitosti, Kundt je nastojao utvrditi mogu li se one koristiti za mjerenje brzine zvuka u čvrstim tijelima. Metoda se pokazala izuzetno točnom i preciznom. Šipka u kojoj se određivala brzina zvuka bila je pomoću stezaljke (Slika 17.) pričvršćena na sredini ili na dva čvorišta, na udaljenosti $\frac{1}{4}$ svoje duljine od krajeva.



Slika 17. Crtež iz izvornog Kundtovog rada objavljenog u *Analima fizike*, 1866. godine; stezaljka [15].

Šipka je postavljena nekoliko centimetara unutar staklene cijevi koja je na drugom kraju bila zatvorena. U cijevi se ponovno nalazio prah crvotočine.

Kako bi se generirao zvuk, za staklenu šipku Kundt je koristio vlažnu krpu, a za metalne šipke koristio je komad kože premazan kolofonijem. U staklenoj cijevi ponovno su nastali stojni longitudinalni valovi vidljivi u obliku valova prašine. Omjer duljine jedne nakupine prašine i duljine šipke tada je jednak omjeru brzine širenja zvuka u zraku i brzine širenja zvuka u šipci. Način na koji je šipka stegnuta utječe na lakoću generiranja zvuka, ali ne i na visinu tona; u to se Kundt uvjerio u eksperimentima. Duljinu velikog broja lijepo oblikovanih valova prašine Kundt je izmjerio pomičnom mjerkom, pri čemu je udaljenost između krakova pomične mjerke iščitavao na ravnalu. Mjerenja je ponovio više puta, ali nije razmatrao utjecaj temperature. No, za vrlo precizne eksperimente Kundt navodi da se temperatura ne smije izostaviti [16, 17].

REZULTATI KUNDTOVOG POKUSA - BRZINA ZVUKA U ČVRSTIM TIJELIMA:

1) MESING²

Kundt je izmjerio brzinu zvuka u šipki od mesinga, duljine 941,5 mm i promjera 5,0 mm. Šipka je bila stegnuta na dva mjesta, tako da je njezina duljina odgovarala cijelom jednom valu. Kundt je zvuk u šipci generirao tri puta, i svaki put je mjerenje tri puta ponavljao. Za brzinu zvuka u mesingu v_M , izraženu preko brzine zvuka u zraku v_Z , dobio je:

$$1. \text{ mjerenje: } v_M = \frac{941,5}{2 \cdot 43,20} v_Z = 10,87 \cdot v_Z,$$

$$2. \text{ mjerenje: } v_M = \frac{941,5}{2 \cdot 43,29} v_Z = 10,87 \cdot v_Z,$$

$$3. \text{ mjerenje: } v_M = \frac{941,5}{2 \cdot 43,55} v_Z = 10,86 \cdot v_Z.$$

Rezultati koji su dobiveni u tri pokušaja generiranja zvuka izuzetno se slažu. Kundt je ispitao još jednu šipku od mesinga, koja je bila gotovo iste veličine kao prethodna. U prvom mjerenju Kundt je dobio je $v_M = 10,94 \cdot v_Z$, u drugom pokušaju, u kojem je staklena cijev imala otvoren kraj, dobio je $v_M = 10,90 \cdot v_Z$.

Rezultati se nešto malo razlikuju od onih dobivenih za prvu šipku, no nije utvrđeno jesu li obje šipke bile izrađene od potpuno istog materijala [17, 19].

2) ČELIK

² Mesing ili mjed je legura cinka i bakra.

Za određivanje brzine zvuka u čeliku Kundt je koristio 3 okrugle šipke izrađene od iste vrste čelika; prva duljine 1002,7 mm i promjera 10,0 mm, druga duljine 1001,7 mm i 5,0 mm promjera, treća duljine 501,0 mm i debljine 5,0 mm. Rezultati za brzinu zvuka u čeličnoj šipki v_{ζ} , izraženi preko brzine zvuka u zraku v_z , bili su sljedeći:

1. mjerenje: $v_{\zeta} = 15,345 \cdot v_z$,

2. mjerenje: $v_{\zeta} = 15,334 \cdot v_z$,

3. mjerenje: $v_{\zeta} = 15,343 \cdot v_z$.

Iz podudaranja rezultata jasno je kako dimenzije šipke nisu utjecale na rezultat [17, 19].

3) STAKLO

Brzina zvuka ovisi o vrsti stakla, pa je stoga Kundt mjerenje vršio samo s jednom te istom tankom, staklenom šipkom, duljine 647,0 mm. Rezultati mjerenja bili su sljedeći:

1. mjerenje: $v_S = 15,24 \cdot v_z$,

2. mjerenje: $v_S = 15,25 \cdot v_z$,

3. mjerenje: $v_S = 15,24 \cdot v_z$.

4) BAKAR

Za određivanje brzine širenja zvuka u bakru, Kundt je koristio komad bakrene žice duljine nešto malo više od 304,8 mm. Za brzinu zvuka u bakru dobio je vrijednost: $v_B = 11,960 \cdot v_z$.

Kundt na kraju svog izvještaja zaključuje da je njegova metoda mjerenja brzine širenja zvuka vrlo dobra, pokusi koje je provodio jedan za drugim, jednim te istim štapom, dali su skoro pa iste rezultate. Uz primjenu korekcije za različite temperature i opreznije izvođenje pokusa, točnost bi bila još veća. S plinovima Kundt nije izvodio opsežnije pokuse. Svrha njegovog izvještaja, kako kaže, jest opisati same nakupine prašine i dati pregled opsega i točnosti metode. Mogu li se i u kojoj mjeri, osim određivanja brzine zvuka, opisanom vizualizacijom zračnih valova kroz prašinu istražiti neka druga pitanja akustike, ostavio je Kundt otvorenim [17].

5. EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE BRZINE ŠIRENJA ZVUKA POMOĆU KUNDTOVE CIJEVI

U eksperimentalnom dijelu diplomskog rada, opisala sam tri pokusa u kojima sam demonstrirala nastanak stojnih longitudinalnih valova. Služeći se Kundtovom cijevi, vizualizirala sam trbuhe i čvorove stojnog vala, te tako odredila brzinu širenja zvuka. U prvom pokusu odredila sam brzinu zvuka u šipkama od čelika i mesinga, koje sam povlačenjem tkanine pobudila na longitudinalno titranje. Prvi pokus sam izvela na način kako je to Kundt izvorno napravio. Jedina razlika je što sam ja za vizualizaciju stojnog vala koristila piljevinu od pluta, a Kundt je koristio spore crvotočine. U druga dva pokusa odredila sam brzinu zvuka u zraku. Kako bih vizualizirala stojni longitudinalni val u drugom sam pokusu koristila Kundtovu cijev i piljevinu od pluta, a u trećem pokusu koristila sam Kundtovu cijev i osciloskop.

5.1. POKUS 1. Originalan Kundtov pokus.

Zadatak:

Odrediti brzinu širenja zvuka u čeliku i u mesingu pomoću Kundtove cijevi;

- izmjeriti temperaturu zraka i izračunati brzinu zvuka u zraku pri danoj temperaturi,
- izmjeriti duljinu metalne šipke,
- spojiti aparaturu za izvođenje pokusa prema shemi prikazanoj na Slici 18.,
- proizvesti stojni zvučni val u Kundtovo cijevi,
- izmjeriti udaljenost između dva susjedna čvora stojnog zvučnog vala,
- odrediti brzinu širenja zvuka u metalnoj šipki,
- izvesti račun pogrešaka i nesigurnosti mjerenja.

Popis korištenog pribora:

- Kundtova cijev,
- piljevina od pluta,
- komad kožne tkanine premazan kolofonijem,
- mjerna vrpca,
- čelična šipka,
- mjedena šipka,
- termometar.

Postupak izvođenja pokusa:

Kundtova cijev obična je staklena cijev duljine oko 1 m, promjera 3 cm - 4 cm, zatvorena na jednom kraju pokretnim čepom čijim se pomicanjem može prilagoditi duljina stupca zraka u cijevi. Na drugom kraju cijevi kroz otvor je koaksijalno postavljena metalna šipka, koja je stezaljkom učvršćena na sredini. Ja sam za eksperimentalno mjerenje koristila dvije metalne šipke, od čelika i od mesinga. Na kraju metalne šipke nalazi se metalna pločica koja naliježe na stijenke cijevi. Prije izvođenja pokusa, na termometru sam očitala temperaturu zraka kako bih kasnije mogla izračunati točnu brzinu zvuka u zraku, v_z . U Kundtovu cijev raspršila malu količinu piljevine od pluta koju sam jednoliko rasporedila na dnu staklene cijevi. Povlačenjem komada kožne tkanine po metalnoj šipki, od sredine gdje je učvršćena prema slobodnom kraju, pobudila sam je na longitudinalno titranje. Kožnu tkaninu premazala sam kolofonijem³. Pomjeranje ruke kod trenja šipke ne smije biti prejako i mora biti u pravcu šipke. Titranje šipke prenosi se unutar Kundtove cijevi preko metalne pločice i uzrokuje longitudinalno titranje stupca. U stupcu zraka nastat će stojni val ako je duljina stupca zraka u cijevi cjelobrojni višekratnik polovice valne duljine. Nastanak stojnog longitudinalnog vala popraćen je pojačanjem zvuka zbog pojave rezonancije, frekvencije metalne šipke i stojnog vala u cijevi su jednake. Rezonancija u stupcu zraka očituje se titranjem piljevine u cijevi i nastanku tzv. Kundtovih figura duž cijevi. Uslijed toga piljevina miruje u čvorovima stojnog vala, a u trbusima piljevina titra i formiraju se uočljive pruge. Mjernom vrpcom izmjerila sam udaljenost između dva susjedna čvora l , što je jednako polovici valne duljine stojnog vala:

$$l = \frac{\lambda}{2}, \quad (78)$$

Frekvencija titranja stupca zraka je:

$$f_z = \frac{v_z}{\lambda}. \quad (79)$$

U šipki nastaje longitudinalni val s čvorom na mjestu gdje je šipka stegnuta i s trbusima na krajevima šipke. Tada je duljina šipke l_0 jednaka polovici valne duljine zvuka:

$$l_0 = \frac{\lambda_0}{2}. \quad (80)$$

Ako brzinu zvuka u šipki označimo s v , frekvencija zvučnog vala u metalnoj šipci je:

$$f_s = \frac{v}{\lambda_0}. \quad (81)$$

Frekvencija titranja metalne šipke jednaka je frekvenciji titranja stupca zraka. Izjednačavanjem desne strane izraza (78) i (80) dobiva se izraz za brzinu širenja zvuka u metalnoj šipki:

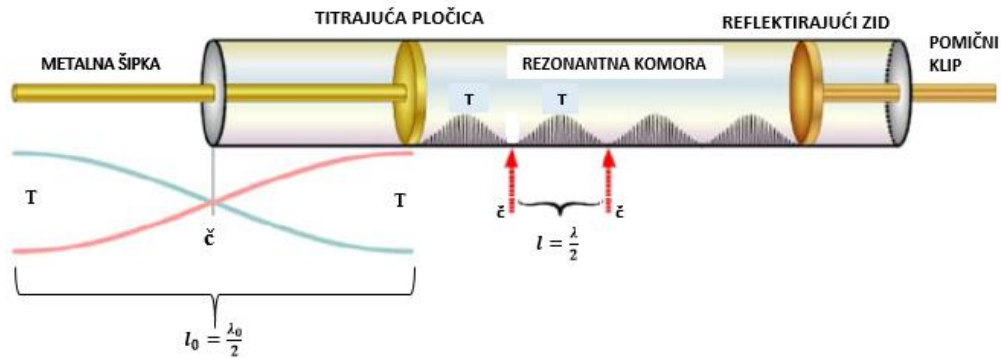
³ Kolofonij je prirodna smola, tamnožute do svijetlosmeđe boje, topljiva u alkoholu.

$$\frac{v_Z}{\lambda} = \frac{v}{\lambda_0} \quad (82)$$

Brzina širenja zvuka u metalnoj šipci je:

$$v = v_Z \cdot \frac{l_0}{l} \quad (82)$$

Skica pokusa:

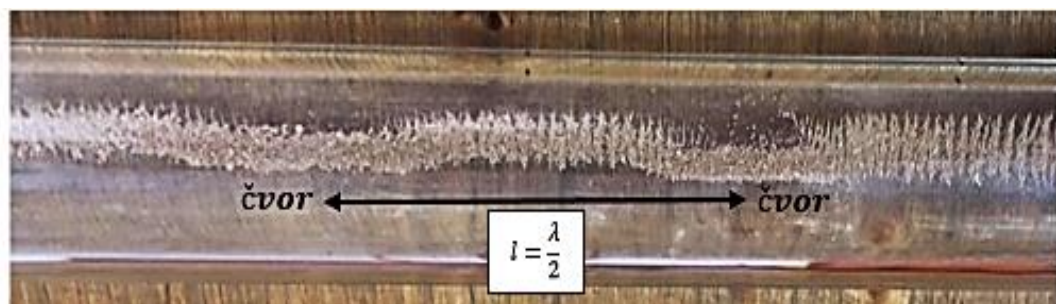


Slika 18. Shema pokusa, gdje Č predstavlja položaj čvora, a T položaj trbuha [20].

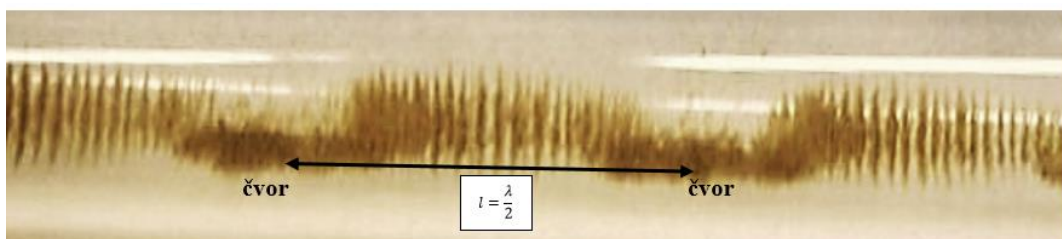
Rezultati mjerenja:

Izmjerena temperatura zraka prilikom izvođenja pokusa: $T = 291,15 \text{ K}$ ($t = 18,0^\circ\text{C}$)

Brzina zvuka u zraku pri danoj temperaturi: $v_Z = v_0 \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}} = 341,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, gdje je $v_0 = 331,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ brzina zvuka u zraku pri temperaturi $T_0 = 273,15 \text{ K}$.



Slika 19. Šipka od mesinga: nastanak stojnog vala unutar Kundtove cijevi.



Slika 20. Šipka od čelika: nastanak stojnog vala unutar Kundtove cijevi.

Tablica. 1. Rezultati mjerenja.

Broj mjerenja	MESING			ČELIK		
	l_0 [m]	l [m]	$v[\frac{m}{s}]$	l_0 [m]	l [m]	$v[\frac{m}{s}]$
1.	0,8000	0,0785	3483	0,9500	0,0555	5851
2.		0,0790	3461		0,0595	5457
3.		0,0785	3483		0,0585	5551
4.		0,0775	3528		0,0585	5551
5.		0,0760	3597		0,0580	5599
6.		0,0755	3621		0,0565	5747
7.		0,0785	3483		0,0565	5747
8.		0,0760	3597		0,0545	5958
9.		0,0760	3597		0,0555	5851
10.		0,0755	3621		0,0565	5747

l_0 – duljina metalne šipke

l – udaljenost između dva susjedna čvora

v – brzina širenja zvuka u metalnoj šipki

Tablica 2. Račun pogrešaka i nesigurnosti mjerenja brzine zvuka u metalnim šipkama.

Račun pogrešaka	MESING	ČELIK
$\bar{v} [\frac{m}{s}]$	3554	5705
$\Delta v_{max} [\frac{m}{s}]$	94	252
r_m [%]	2,6	4,4
$\sigma [\frac{m}{s}]$	62	152
$M_n [\frac{m}{s}]$	20	48
R_M [%]	0,5	0,8
$v_{tablično} [\frac{m}{s}]$	3480	5800
p [%]	2	2

U Tablici 2. prikazala sam račun pogrešaka kojeg sam napravila kako bih odredila najvjerojatniju vrijednost mjerene veličine. Oznake u tablici označavaju sljedeće:

- $\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i$ – srednja vrijednost brzine širenja zvuka u danoj metalnoj šipki
- $\Delta v_{max} = (\bar{v} - v_n)_{max}$ – maksimalna apsolutna pogreška
- $r_m = \frac{\Delta v_{max}}{\bar{v}} \cdot 100\%$ – maksimalna relativna pogreška
- $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}{n-1}}$ – standardna devijacija
- $M_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}{n(n-1)}}$ – mjera za nepouzdanost
- $R_M = \frac{M_n}{\bar{v}} \cdot 100\%$ – relativna nepouzdanost
- $v_{tablično}$ – tablična vrijednost brzine širenja zvuka u danoj metalnoj šipki
- $p = \frac{v_{tablično} - \bar{v}}{v_{tablično}} \cdot 100\%$ – usporedba eksperimentalno dobivene brzine zvuka s tabličnom vrijednošću

Rezultati mjerenja uzimajući u obzir nesigurnost mjerenja:

- Brzina širenja zvuka u mesingu: $v = (3550 \pm 90)_{10} \frac{m}{s}$.
- Brzina širenja zvuka u čeliku: $v = (5700 \pm 300)_{10} \frac{m}{s}$.

Rezultat mjerenja dan je u obliku izračunate srednje vrijednosti i pripadne maksimalne apsolutne pogreške, čije se vrijednosti razlikuju od podataka navedenih u Tablici 2. U pravilu se pogreška zaokružuje na najveće dekadsko mjesto koje je različito od nule. Postupkom zaokruživanja, pogreška ima samo jednu znamenku različitu od nule i to je ona znamenka koja se nalazi na najvećem dekadskom mjestu (jedna sigurna znamenka). Potom je srednja vrijednost mjerene veličine prilagođena, odnosno zaokružena je na isto dekadsko mjesto na koje je zaokružena pogreška.

5.2. POKUS 2. Određivanje brzine širenja zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi i piljevine.

Zadatak:

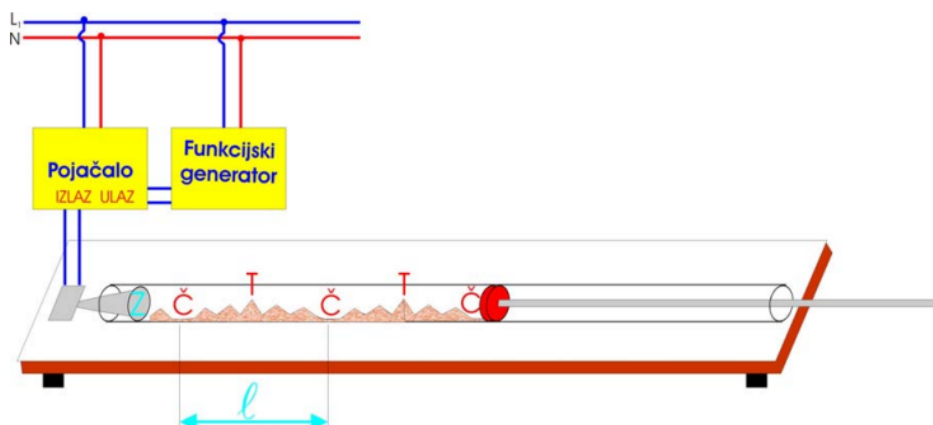
1. Izračunati brzinu širenja zvuka u zraku koristeći relaciju $v = \lambda \cdot f$, gdje je f frekvencija generiranog zvuka, a λ valna duljina stojnog zvučnog vala zvuka u Kundtovoј cijevi, za 10 različitih frekvencija;

- spojiti aparaturu za izvođenje pokusa prema shemi prikazanoj na Slici 21.,
- pomoću funkcijskog generatora signala proizvesti stojni zvučni val u Kundtovoј cijevi,
- izmjeriti udaljenost između dva susjedna čvora, odnosno trbuha,
- izvesti račun pogrešaka i nesigurnosti mjerenja,
- nacrtati graf ovisnosti valne duljine stojnog zvučnog vala o frekvenciji zvuka,
- odrediti brzinu širenja zvuka metodom najmanjih kvadrata.

Popis korištenog pribora:

- funkcijski generator,
- pojačalo,
- Kundtova cijev,
- zvučnik,
- piljevina od pluta,
- spojni kablovi,
- mjerna vrpca,
- slušalice za uši.

Skica pokusa:



Slika 21. Shematski prikaz eksperimentalnog postava [21].

Postupak izvođenja pokusa:

Aparaturu za izvođenje pokusa spojila sam prema skici pokusa (Slika 21.)



Slika 22. Eksperimentalni postav.

Za izvođenje ovog pokusa koristila sam istu Kundtovu cijev kao u prethodnom pokusu. Na jednom kraju cijevi ponovno se nalazi pomični klip, a na drugom kraju cijevi nalazi se sada membrana zvučnika. Kao izvor zvuka koristila sam funkcijski generator poznatih frekvencija. Zvučni valovi, generirani u funkcijskom generatoru, preko membrane zvučnika prenose se u Kundtovu cijev, čime se zatvoreni stupac zraka pobuđuje na titranje. Zvučnik korišten za izvođenje pokusa je visokotonac čije su karakteristike navedene u Tablici 3. Skalom funkcijskog generatora može se mijenjati frekvencija zvuka. Na funkcijskom generatoru treba odabrati odgovarajući množitelj ($\times 100$), OFFSET isključiti i OUTPUT LEVEL smanjiti (Slika 23.)



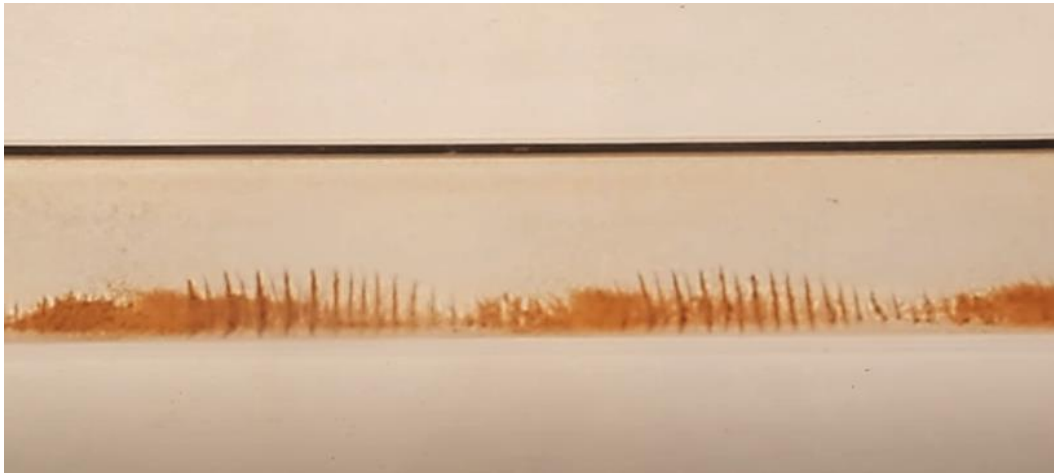
Slika 23. Funkcijski generator signala.

Najprije treba uključiti funkcijski generator signala, a zatim pojačalo (kod gašenja najprije treba isključiti generator signala, a zatim pojačalo). Na funkcijskom generatoru zatim treba OUTPUT LEVEL pojačati do kraja i oglasit će se prodoran zvuk. Piljevina na dnu staklene cijevi vizualizirat će stojne zvučne valove. Za svaku izabranu frekvenciju pomicanjem pomičnog klipa treba prilagoditi duljinu stupca zraka kako bi došlo do rezonancije, odnosno nastanka stojnog vala. Stojni val bit će vidljiv tako što će se piljevina skupiti u čvorovima, a raširiti u trbusima. Valna duljina stojnog vala koji je nastao u stupcu zraka dobiva se mjerenjem udaljenosti između dva susjedna čvora, odnosno trbuha. Za mjerenje te udaljenosti poslužit će mjerna vrpca. Budući da je frekvencija zvuka poznata, sada se lako može odrediti brzina širenja zvuka u zraku. Prije početka mjerenja potrebno je na termometru očitati temperaturu u prostoriji u kojoj se izvodi pokus, kako bi se dobiveni rezultat mogao usporediti s tabličnom vrijednošću. Prilikom izvođenja pokusa potrebno je koristiti slušalice kao zaštitu za uši od prodornog zvuka prilikom rezonancije.

Tablica 3. Karakteristike zvučnika [8].

Promjer grla	50 mm (2,0 in)	
Nominalna snaga	140 W	
Raspon frekvencija	500 – 20 000 Hz	
Materijal izrade	Aluminij	
Gustoća magnetskog toka	1,95 T	
Nominalna impedancija	8 Ω	
Minimalna impedancija	8,1 Ω	
Stalna snaga	240 W	
Osjetljivost	109 dB	
Materijal izrade membrane	Titan	
Prijelazna frekvencija	800 Hz	
Induktivnost	0,18 mH	
Magnetski materijal	Neodimijski prsten	
Titrajna zavojnica s nosačem promjera 100 mm (4,0 in)		

Rezultati mjerenja:



Slika 24. Nastanak stojnog vala u zatvorenom stupcu zraka: u čvorovima piljevina od pluta se skupila u hrpice i miruje, a u trbusima se raširila i titra, formirajući sitne pruge.

Tablica 4. Rezultati mjerenja.

f [Hz]	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
l [m]	0,5790	0,4210	0,3360	0,2790	0,2470	0,2110	0,1900	0,1730	0,1550	0,1410
	0,5810	0,4300	0,3350	0,2810	0,2490	0,2130	0,1915	0,1735	0,1590	0,1410
	0,5795	0,4290	0,3350	0,2830	0,2475	0,2150	0,1920	0,1730	0,1545	0,1415
	0,5790	0,4350	0,3405	0,2830	0,2460	0,2145	0,1920	0,1730	0,1585	0,1420
	0,5740	0,4340	0,3360	0,2810	0,2475	0,2110	0,1915	0,1735	0,1545	0,1415
	0,5770	0,4325	0,3355	0,2795	0,2470	0,2155	0,1900	0,1745	0,1590	0,1415
	0,5790	0,4210	0,3360	0,2815	0,2460	0,2140	0,1905	0,1745	0,1590	0,1410
	0,5795	0,4340	0,3355	0,2810	0,2465	0,2135	0,1915	0,1740	0,1575	0,1415
	0,5805	0,4330	0,3310	0,2810	0,2470	0,2140	0,1915	0,1750	0,1570	0,1410
	0,5810	0,4350	0,3410	0,2815	0,2490	0,2140	0,1920	0,1750	0,1575	0,1415
\bar{l} [m]	0,5790	0,4305	0,3362	0,2812	0,2473	0,2136	0,1913	0,1739	0,1572	0,1414
λ [m]	1,1580	0,8610	0,6724	0,5624	0,4946	0,4272	0,3826	0,3478	0,3144	0,2828
v [$\frac{m}{s}$]	347	344	336	337	346	342	344	348	346	339

Temperatura temperatura zraka prilikom izvođenja pokusa: $T = 291,15 \text{ K}$ ($18,0^\circ\text{C}$).

Tablica 5. Izračun srednjih vrijednosti i račun nesigurnosti mjerenja brzine zvuka u metalnim šipkama

RAČUN POGREŠAKA
$\bar{v} = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\Delta v_{max} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$r_m = 2 \%$
$\sigma = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$M_n = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$R_M = 0,29 \%$
$v_{tablično} = 341,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$p = 0,35 \%$

Rezultat mjerenja uzimajući obzir nesigurnost mjerenja:

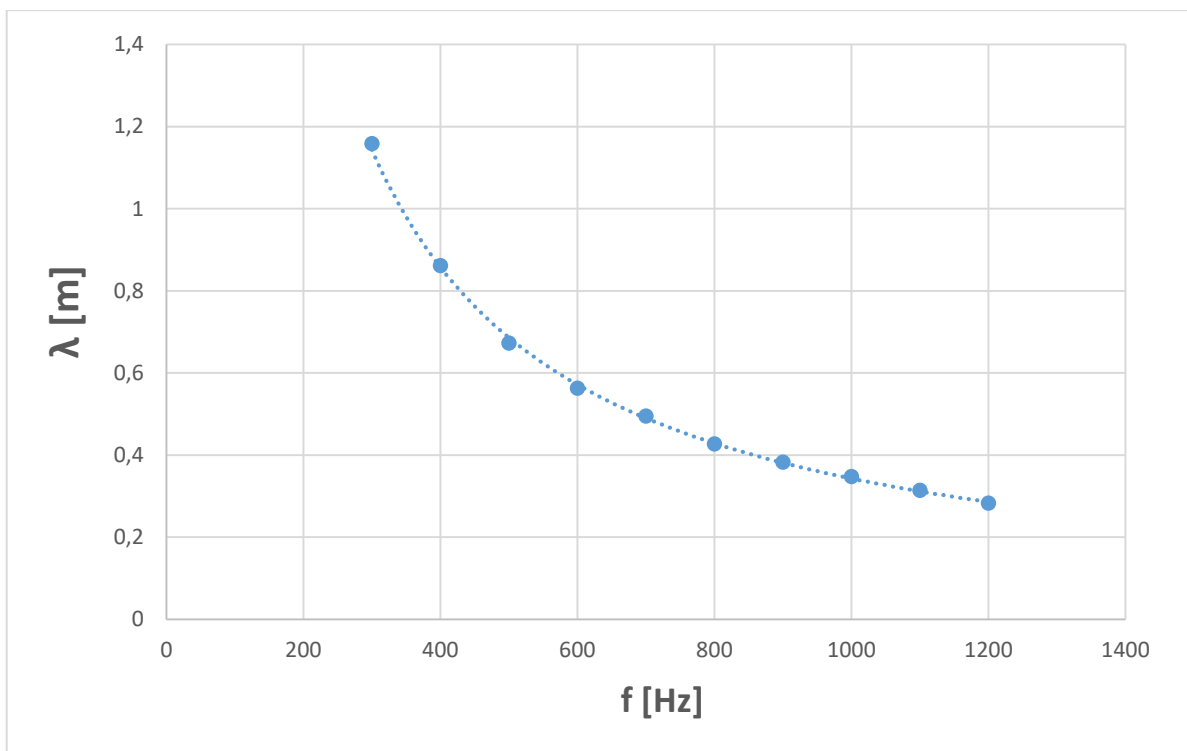
Eksperimentalno dobivena brzina širenja zvuka u zraku pri temperaturi $t = 18,0^\circ\text{C}$ iznosi:

$$v = (343 \pm 7)_{10} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

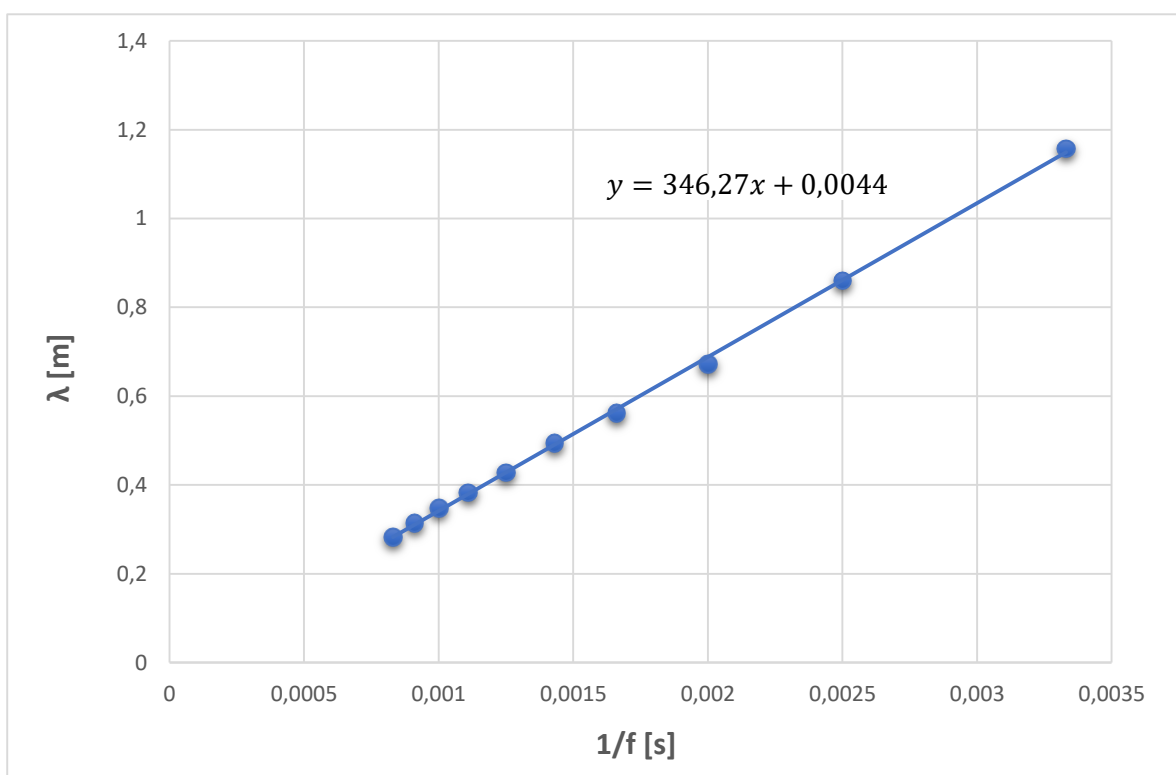
što za $p = 0,4 \%$ odstupa od tablične vrijednosti.

Određivanje brzine zvuka u zraku metodom najmanjih kvadrata

Graf 1. prikazuje ovisnost valne duljine o frekvenciji zvuka. Iz dobivene krivulje jasno je da se radi o obrnuto proporcionalnim veličinama. Grafički prikaz se može preurediti kako bi se dobila linearna ovisnost između ove dvije veličine.



Graf 1. Ovisnost valne duljine o frekvenciji zvuka: $\lambda = f(f)$.



Graf 2. Linearna ovisnost valne duljine o frekvenciji zvuka: $\lambda = f\left(\frac{1}{f}\right)$.

Iz grafa 2. očito je da postoji linearna ovisnost između veličina valne duljine i 1/frekvencije; dobiveni graf je pravac. Tada se iz jednadžbe pravca, koja se određuje metodom najmanjih kvadrata, može izraziti numerička vrijednost brzine širenja zvuka u zraku za dana mjerenja. Jednadžba regresijskog pravca u eksplicitnom obliku je: $y = ax + b$, pri čemu je:

$$\lambda = y,$$

$$\frac{1}{f} = x,$$

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = 346,27 \text{ m/s},$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = -0,0044 \text{ m},$$

$$\rightarrow \lambda = 346,27 \cdot \frac{1}{f} + 0,0044 \text{ m}.$$

Budući da je λ linearna funkcija od $\frac{1}{f}$, tada je koeficijent a koeficijent smjera pravca (nagib pravca) brzina zvuka u zraku; mjerna jedinica za valnu duljinu je metar, a za recipročnu vrijednost frekvencije mjerna jedinica je sekunda. Stoga mjerna jedinica za koeficijent a mora biti $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, što odgovara mjernoj jedinici za brzinu.

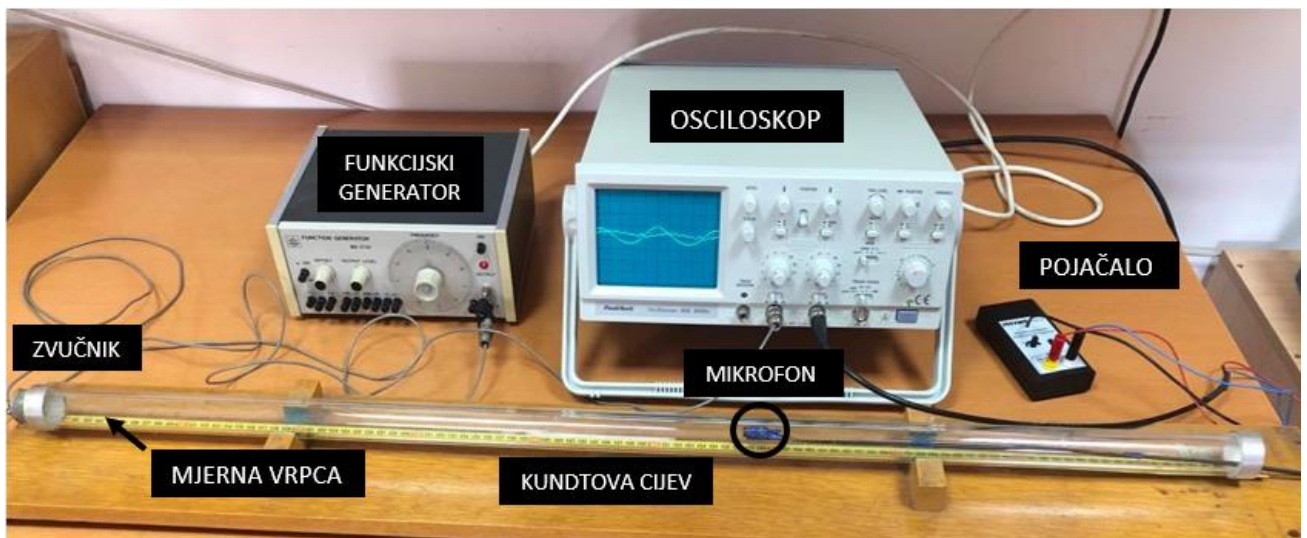
Metodom najmanjih kvadrata dobivena je vrijednost za brzinu zvuka u zraku: $v = 346 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Vidimo da je dobiveni iznos usporediv s eksperimentalno dobivenim rezultatom $\bar{v} = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5.3. POKUS 3. Mjerenje brzine širenja zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi i osciloskopa.

Zadatak:

1. Izračunati brzinu širenja zvuka u zraku koristeći relaciju $v = \lambda \cdot f$, gdje je f frekvencija generiranog zvuka, a λ valna duljina stojnog zvučnog vala zvuka u Kundtovoj cijevi, za 10 različitih frekvencija;

- spojiti aparaturu za izvođenje pokusa (Slika 25.),
- pomoću funkcijskog generatora signala proizvesti stojni zvučni val u Kundtovoj cijevi,
- izmjeriti udaljenost između dva susjedna čvora promatrajući sliku signala na zaslonu osciloskopa,
- izračunati brzinu širenja zvuka,
- izvesti račun pogrešaka,
- nacrtati graf ovisnosti valne duljine stojnog zvučnog vala o frekvenciji zvuka,
- odrediti brzinu širenja zvuka koristeći metodu najmanjih kvadrata.

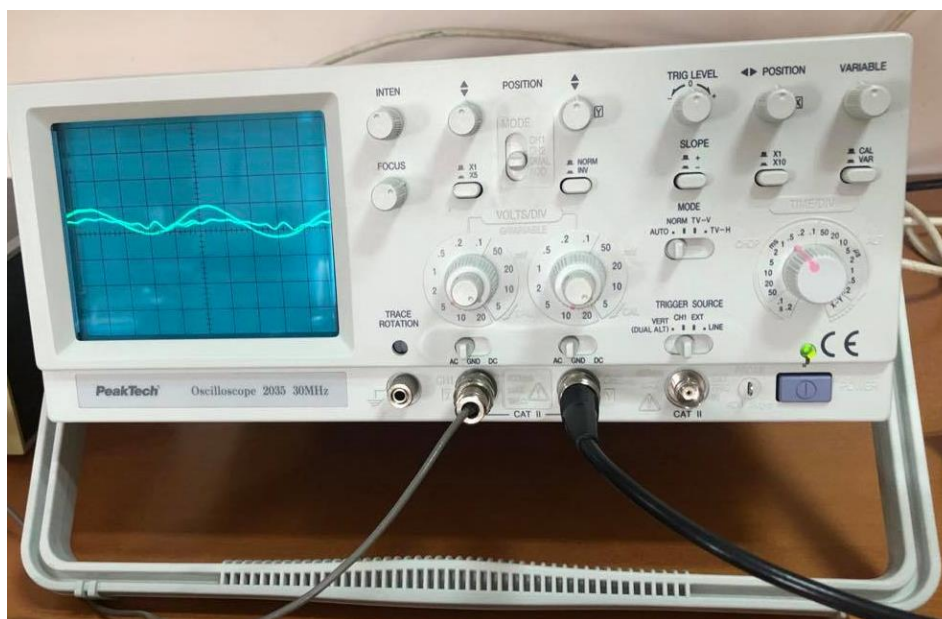


Slika 25. Eksperimentalni postav.

Popis korištenog pribora:

- osciloskop
- funkcijski generator,
- Kundtova cijev,
- zvučnik,
- pojačalo,
- mikrofon,
- spojni kablovi,
- mjerna vrpca,
- termometar.

Osciloskop je elektronički mjerni uređaj za vizualiziranje više električnih napona istovremeno na jednom zaslonu. On omogućava promatranje promjene napona signala u odnosu na vrijeme. Za izvođenje pokusa ja sam koristila dvokanalni osciloskop PeakTech Oscilloscope 2035 koji obuhvaća rad s frekvencijom od 10 Hz do 30 MHz i omogućuje istovremeno praćenje dvaju signala (Slika 26.) Pomoću funkcije Mode može se odabrati što će se prikazati na zaslonu osciloskopa: CH1, CH2, ADD, DUAL. Funkcija TIME/DIV služi za definiranje vremenske skale podjele na kvadratiće. Dobiveni grafovi (sinusoide) na zaslonu osciloskopa mogu se pomjerati po X ili Y osi koordinatnog sustava. Pomoću funkcije Trigger Level namješta se početna točka signala, koja se može pomjerati po osi X.



Slika 26. Dvokanalni osciloskop PeakTech 2035 30 MHz.

Postupak izvođenja pokusa:

Osnovna ideja ovog eksperimenta jest pomoću funkcijskog generatora proizvesti zvučne valove poznate frekvencije, koji se preko membrane zvučnika prenose u Kundtovu cijev u kojoj se nalazi zrak. Membrana zvučnika pobuđuje stupac zraka na titranje, te se formira stojni zvučni val. Treba pronaći položaj čvorova (ili trbuha) stojnog vala, pa na osnovi udaljenosti između dva susjedna čvora odrediti valnu duljinu, odnosno brzinu širenja zvuka u zraku. Kako bi detektirali položaj čvorova i trbuha koristimo osciloskop. Osciloskop nam služi za vizualizaciju titranja valova zvuka. Čvorovi (ili trbusi) se lako mogu pronaći skeniranjem duljine vibrirajućeg stupca zraka unutar Kundtove cijevi, služeći se mikrofonom. Za snimanje zvuka poslužit će mikrofoni. Mikrofoni, koji su montirani na šipki pomoću koje se može pomjerati, postavljeni su u cijev kroz otvor na drugom kraju. Funkcijski generator koji šalje zvučne valove poznate frekvencije do zvučnika, spojen je na kanal 1 osciloskopa (CH1). Zvučnik koji se nalazi na jednom kraju Kundtove cijevi spojen je na funkcijski generator. Izlaz mikrofona spojen je na pojačalo. Napon koji se dobije titranjem membrane zvučnika nije dovoljan za prikaz na osciloskopu, pa je neophodno pojačalo kako bi se signal pojačao. Pojačalo koje sam ja koristila je PHYWE Amplifying Microphone (Slika 27.) i spojila sam ga na kanal 2 osciloskopa (CH2).

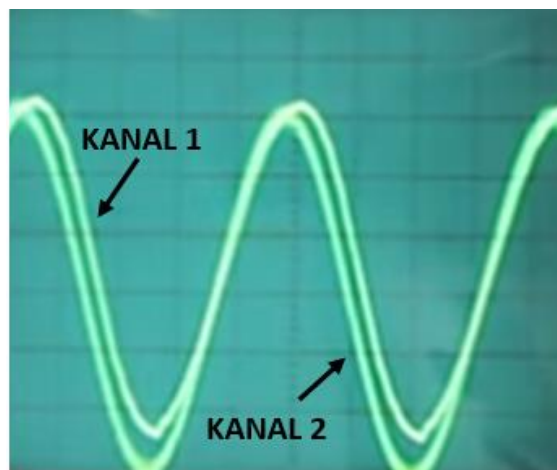


Slika 27. Pojačalo PHYWE Amplifying Microphone.

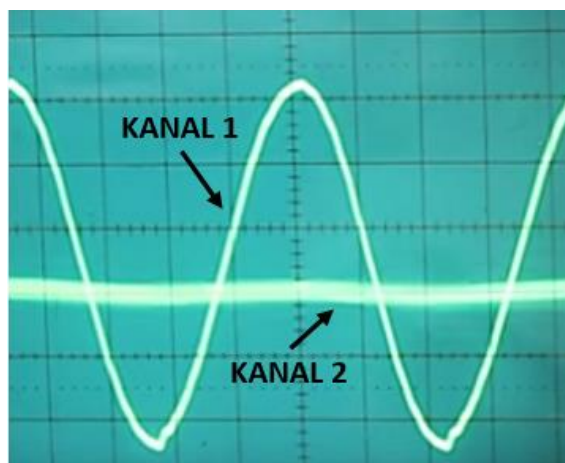
Koristila sam isti funkcijski generator kao u pokusu 2. (Slika 23).

Laganim pomicanjem mikrofona s jednog kraja cijevi prema zvučniku, skenira se duljina stupca zraka. Istovremeno pratimo sliku signala na zaslonu osciloscopa. Amplituda detektiranog signala pada do minimuma u čvorovima, a ima maksimalnu vrijednost u trbusima. Na čvorovima će amplituda zvuka koju registrirara mikroskop biti skoro pa nula (trebala bi biti nula, ali uvjeti izvođenja pokusa daleko su od idealnih). Svaki put kada signal kanala 2 na koji je spojen mikroskop padne na minimalnu vrijednost, treba zabilježiti položaj mikrofona pomoću mjerne vrpce koja se nalazi unutar cijevi. Udaljenost između dva susjedna položaja mikrofona, za koje je amplituda signala kanala 2 na osciloskopu imala minimalnu vrijednost, jednaka je polovici valne duljine; to je udaljenost između dva čvora stojnog vala. Tada su poznate sve veličine potrebe za određivanje brzine širenja zvuka. Mjerenje sam izvršila za 10 različitih frekvencija.

Rezultati mjerenja:



Slika 28. Prikaz signala kanala 1 (funkcijski generator) i signala 2 (mikrofon) na zaslonu osciloskopa. Signal kanala dostiže maksimum; mikrofon je na položaju trbuha stojnog vala.



Slika 29. Prikaz signala kanala 1 (funkcijski generator) i signala 2 (mikrofon) na zaslonu osciloskopa. Signal kanala dva je u minimumu; mikrofon je na položaju čvora stojnog vala..

Tablica 6. Rezultati mjerenja.

f [Hz]	300	350	450	550	650	750	850	950	1250	1500
l [m]	0,5700	0,4910	0,3760	0,3150	0,2630	0,2310	0,2040	0,1780	0,1350	0,1150
	0,5710	0,4905	0,3750	0,3170	0,2630	0,2310	0,2045	0,1785	0,1350	0,1150
	0,5715	0,4905	0,3750	0,3100	0,2635	0,2315	0,2040	0,1780	0,1355	0,1145
	0,5710	0,4910	0,3805	0,3170	0,2640	0,2320	0,2040	0,1780	0,1355	0,1150
	0,5710	0,4915	0,3760	0,3150	0,2645	0,2310	0,2035	0,1785	0,1350	0,1155
	0,5715	0,4910	0,3755	0,3150	0,2630	0,2315	0,2040	0,1785	0,1340	0,1155
	0,5710	0,4910	0,3760	0,3100	0,2640	0,2310	0,2035	0,1785	0,1345	0,1150
	0,5710	0,4905	0,3755	0,3170	0,2635	0,2305	0,2035	0,1790	0,1350	0,1155
	0,5700	0,4910	0,3810	0,3170	0,2630	0,2300	0,2035	0,1790	0,1350	0,1150
	0,5715	0,4920	0,3810	0,3100	0,2635	0,2305	0,2040	0,1780	0,1345	0,1155
\bar{l} [m]	0,5710	0,4910	0,3772	0,3143	0,2635	0,2310	0,2039	0,1784	0,1349	0,1152
λ [m]	1,1420	0,9820	0,7544	0,6286	0,5270	0,4620	0,4078	0,3568	0,2698	0,2304
v [$\frac{m}{s}$]	343	344	339	346	343	347	347	339	337	346

f – frekvencija zvuka

l – udaljenost između dva susjedna čvora

\bar{l} – srednja vrijednosti udaljenosti između dva susjedna čvora za 10 mjerenja

λ – valna duljina zvučnog vala

v – brzina širenja zvuka u zraku

Temperatura temperatura zraka prilikom izvođenja pokusa: $T = 291,15 \text{ K}$ ($18,0^\circ\text{C}$).

Tablica 7. Izračun srednjih vrijednosti i račun nesigurnosti mjerenja brzine zvuka u metalnim šipkama.

RAČUN POGREŠAKA
$\bar{v} = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\Delta v_{max} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$r_m = 2 \%$
$\sigma = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$M_n = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$R_M = 0,29 \%$
$v_{tablično} = 341,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$p = 0,35 \%$

Rezultat mjerenja uzimajući obzir nesigurnost mjerenja:

Eksperimentalno dobivena brzina širenja zvuka u zraku pri temperaturi $t = 18,0^\circ\text{C}$ iznosi:

$$v = (343 \pm 6)_{10} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

što za $p = 0,4 \%$ odstupa od tablične vrijednosti.

Određivanje brzine zvuka u zraku metodom najmanjih kvadrata

Jednadžba regresijskog pravca: $y = ax + b$:

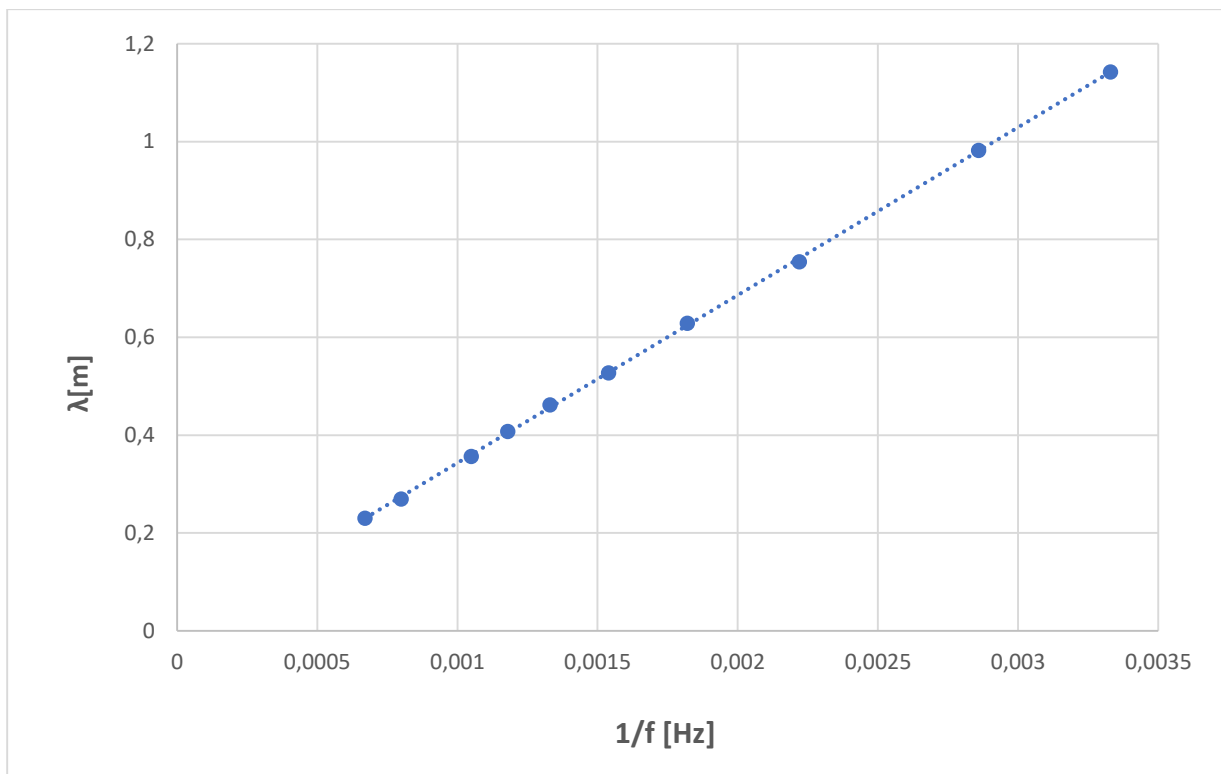
$$\lambda = y,$$

$$\frac{1}{f} = x,$$

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = 342,65 \text{ m/s},$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = -0,0004 \text{ m},$$

$$\rightarrow \lambda = 342,65 \cdot \frac{1}{f} + 0,0004 \text{ m}$$



Graf 3. Linearna ovisnost valne duljine o frekvenciji zvuka: $\lambda = f\left(\frac{1}{f}\right)$.

Metodom najmanjih kvadrata dobivena je vrijednost za brzinu zvuka u zraku: $v = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Vidimo da je dobiveni iznos usporediv s eksperimentalno dobivenim rezultatom $\bar{v} = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

6. METODIČKA OBRADA

Nastavne jedinice Stojni valovi i Zvuk obrađuju se odvojeno, jedna za drugom, u trećem razredu gimnazije. Priprema za izvođenje nastavnog sata koju prilažem osmišljena je za sat vježbe nakon obrađenih nastavnih jedinica Stojni valovi i Zvuk. Na osmišljenom nastavnom satu učenici bi vježbali naučeno o stojnim valovima i zvuku kroz pokuse u kojima se demonstrira nastanak stojnog zvučnog vala pomoću Kundtove cijevi. Smatram da je važno održati učenicima jedan ovakav sat, na kojem će moći vidjeti zvuk u obliku vala i vidjeti trbuhe i čvorove stojnog vala, te tako lakše usvojiti ove pojmove.

PRIPREMA ZA IZVOĐENJE NASTAVNOG SATA

STOJNI VALOVI I ZVUK

KANDIDAT: Julija Zečević-Pejić

ŠKOLA:

MJESTO:

MENTOR:

NADNEVAK:

ŠK: GOD:

RAZRED: 3. razred gimnazije

NASTAVNI PREDMET: Fizika

NASTAVNA CJELINA: Valovi

NASTAVNA JEDINICA: Zvuk

I. Sadržajni plan

Podjela nastavne cjeline na jedinice:

VALOVI

- 1) Valno gibanje
- 2) Harmonijski val
- 3) Matematički opis valnog gibanja
- 4) Interferencija valova
- 5) Refleksija valova
- 6) Stojni valovi**
- 7) Zvuk**
- 8) Udarni val i Dopplerov učinak
- 9) Ultrazvuk

OČEKIVANA POSTIGNUĆA UČENIKA I NJIHOVO VRJEDNOVANJE

Cilj nastavne jedinice: spoznati da je zvuk longitudinalni val čija se brzina širenja može odrediti prema relaciji $v = \lambda \cdot f$; spoznati nastanak stojnog vala.

Ključni pojmovi: zvuk, longitudinalni val, brzina zvuka, stojni val, trbuh, čvor, valna duljina.

Obrazovna (spoznajna) postignuća:

Učenik će biti sposoban:

1. Opisati nastanak zvučnog vala.
2. Objasniti nastanak stojnog vala.
3. Objasniti pojavu rezonancije na primjeru Kundtove cijevi.

Funkcionalna (psihomotorička) postignuća :

Učenik će biti sposoban:

1. Demonstrirati pokus pri kojemu će nastati stojni val.
2. Skicirati modove stojnog vala unutar Kundtove cijevi.
3. Razvijati logičko i konvergentno mišljenje.

Odgojna (afektivna) postignuća (vrijednosti, stavovi, navike):

Učenik će:

1. Steći osjećaj zadovoljstva i vlastite vrijednosti nakon uspješnog razumijevanja gradiva.
2. Uvažiti tuđi način razmišljanja i zaključivanja.
3. Izgraditi pozitivan odnos prema radu koji donosi konkretne rezultate

Način provjere postignuća:

1. Radni listić.
2. Domaća zadaća.
3. Pitanja za ponavljanje.
4. Pitanja tijekom nastavnog sata.

ORGANIZACIJA NASTAVNOG SATA

Tip nastavnog sata: obrada			
Oblici rada:	Nastavne metode:	Nastavna sredstva i pomagala:	Korelacija s ostalim predmetima:
<ul style="list-style-type: none"> - frontalni - individualni 	<ul style="list-style-type: none"> - metoda demonstracije - metoda crtanja - metoda pisanja - metoda čitanja i rada na tekstu - metoda razgovora - metoda usmenog izlaganja 	<ul style="list-style-type: none"> - udžbenik - bilježnica - pribor za pisanje - radni listić - ploča - kreda - Kundtova cijev - pojačalo - funkcijski generator - piljevina - slušalice za uši 	<ul style="list-style-type: none"> - matematika - glazba
LITERATURA:			
Za učenike:			
<ol style="list-style-type: none"> 1. D. Horvat i D. Hrupec. (2014). <i>Fizika 3, pojmovi i koncepti, udžbenik s multimedijским sadržajem za 3.razred gimnazija</i>. Zagreb: Neodidacta. 2. D. Horvat i D. Hrupec. (2014). <i>Fizika 3, pojmovi i koncepti, radna bilježnica za 3.razred gimnazija</i>. Zagreb: Neodidacta. 			
Za učitelja:			
<ol style="list-style-type: none"> 1. Labor, J. <i>Fizika 3 – udžbenik za 3. razred gimnazije</i>. ALFA d.d., Zagreb (2009.). 2. Paar, V. <i>Fizika 3 – udžbenik za 3. razred gimnazije</i>. Školska knjiga, Zagreb (2009.). 3. D. Horvat i D. Hrupec. (2014). <i>Fizika 3, pojmovi i koncepti, udžbenik s multimedijским sadržajem za 3.razred gimnazija</i>. Zagreb: Neodidacta. 4. D. Horvat i D. Hrupec. (2014). <i>Fizika 3, pojmovi i koncepti, radna bilježnica za 3.razred gimnazija</i>. Zagreb: Neodidacta. 			

TIJEK NASTAVNOG PROCESA

<i>AKTIVNOST UČITELJA</i>	<i>AKTIVNOST UČENIKA</i>
<p><u>Uvodni dio sata</u> (5 min.)</p> <p>Pozdravljam učenike. Pripremam radno mjesto. Upisujem sat i odsutne učenike.</p> <p>Postavljanjem pitanja za ponavljanje nastojim učenike motivirati za rad i aktivno sudjelovanje na satu. Kroz pitanja ponavljam prethodne dvije nastavne jedinice: Stojni valovi i Zvuk.</p> <p><i>1. Što ste proučavali prethodna dva sata?</i></p> <p><i>2. Može li netko definirati zvuk?</i></p> <p><i>3. Nabrojite mi neke izvore zvuka.</i></p> <p><i>4. Može li netko, na primjeru membrane zvučnika, opisati kako zvuk nastaje?</i></p>	<p>Učenici pozdravljaju. Redari brišu ploču i prijavljuju odsutne učenike.</p> <p>Učenici se javljaju i odgovaraju na pitanja:</p> <p><i>1. Prošla dva sata smo proučavali stojne valove i zvuk.</i></p> <p><i>2. Zvuk je longitudinalni mehanički val frekvencije od 16 Hz do 20 000 Hz kojeg možemo zamijetiti osjetom sluha.</i></p> <p><i>3. Izvori zvuka mogu biti glazbala, zvučnici, mikroskop, glasnice u grlu, ...</i></p> <p><i>4. Kada se tijekom titranja membrana giba prema van, ona potisne susjedne čestice zraka i na trenutak neposredno uz membranu nastaje usko područje zgusnutog zraka. No, prve potisnute čestice ne odlete daleko jer na njih elastičnom silom djeluju obližnje čestice mirnog zraka na koje nalijeću i koje ih vraćaju natrag. Kad se odmah zatim membrana zagiba u suprotnom smjeru, prema unutra, uz njezinu se vanjsku stranu povećava slobodan prostor za čestice zraka pa se uz membranu načas gustoća zraka smanji. Na taj način, pri titranju membrane uz nju nastaju izmjenična područja povećane i smanjenje gustoće zraka koja se šire nadalje od membrane, odnosno imamo zgušnjavanja i razrjeđenja. Nastaje longitudinalno titranje zraka koje se širi određenom frekvencijom i možemo ga zamijetiti osjetom sluha.</i></p>

5. Kroz koja se sve sredstva zvuk može širiti?

6. Ima li zvuk istu brzinu u svim sredstvima?
O čemu ovisi brzina zvuka?

7. Kakav je to stojni val?

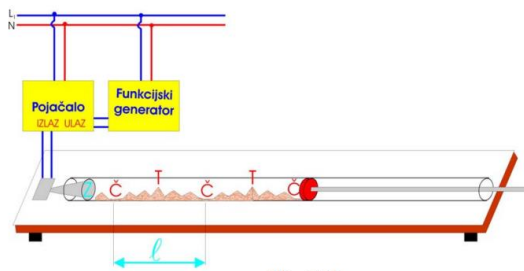
8. Što su to čvorovi i trbusi stojnog vala?

Evo, ukratko smo ponovili ono što smo prethodna dva sata naučili o stojnim valovima i zvuku. Rekli smo da zvuk nema istu brzinu u svim sredstvima. Danas ćemo demonstrirati nastanak stojnih zvučnih valova u zatvorenom stupcu zraka, a zatim ćemo odrediti brzinu širenja zvuka u zraku. Molim vas da zapišete naslov u svoje bilježnice.

Zapisujem naslov nastavne teme na ploču:
Mjerenje brzine širenja zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi.

Središnji dio sata (35 min.)

Na svom radnom stolu postavljam aparaturu za izvođenje pokusa prema shemi:



Zapisujem na ploču što je sve potrebno za izvođenje pokusa, pokazujem učenicima aparaturu i objašnjavam:

5. Zvuk se može širiti čvrstim, tekućim i plinovitim sredstvima.

6. Zvuk nema istu brzinu u svim sredstvima. Ona ovisi o elastičnosti i gustoći sredstva. Brzina zvuka je veća što je materijal čvršći, tj. što je veza među česticama sredstva čvršća zbog čega je odziv čestice na gibanje susjedne čestice brži.

7. Stojni val nastaje interferencijom dva jednaka vala, koji putuju u susret jedan drugome, a međusobno su u protufazi.

8. Točke koje stalno miruju nazivamo čvorovima stojnog vala, a točke najveće amplitude nazivamo trbusima stojnog vala.

Učenici zapisuju naslov nastavne teme u svoje bilježnice.

Učenici promatraju postav eksperimenta.

<p><i>Popis korištenog pribora:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - funkcijski generator, - pojačalo, - Kundtova cijev sa zvučnikom, - piljevina, - mjerna vrpca, - slušalice za uši, - termometar. <p>Dajem učenicima upute za izvođenje pokusa:</p> <p><i>Nastanak stojnih valova može se prikazati Kundtovom cijevi. Kundtova cijev je obična staklena cijev duljine do 1 m, zatvorena na jednom kraju pokretnim čepom. Pomicanjem pokretnog čepa može se prilagođavati duljina stupca zraka u cijevi. Na drugom kraju cijevi smještena je membrana zvučnika koja pobuđuje stupac zraka na titranje. U cijevi se nalazi piljevina koja služi za vizualizaciju čvorova, odnosno trbuha. Kada se pomični klip postavi u određeni položaj, piljevina na dnu cijevi raširi se u trbusima stojnih valova, a u čvorovima ostaje nepomična. Kao izvor zvuka služi nam funkcijski generator, na kojem podešavamo frekvenciju zvuka. Zvučni valovi, generirani u funkcijskom generatoru, preko membrane zvučnika prenose se u Kundtovu cijev, čime se zatvoreni stupac zraka pobuđuje na titranje. Pojačalo nam služi da bismo pojačali signal funkcijskog generatora na zvučniku.</i></p> <p>Navodim učenike na razmišljanje i uključujem ih u razgovor:</p> <p><i>Kako onda pomoću ove Kundtove cijevi možemo odrediti brzinu širenja zvuka?</i></p> <p><i>Odlično! A kako ćemo doći do valne duljine?</i></p>	<p>Učenici prepisuju s ploče.</p> <p>Učenici pažljivo slušaju i postavljaju pitanja ako im je što nejasno.</p> <p>Učenici aktivno sudjeluju u razgovoru i iznose svoja mišljenja.</p> <p><i>Budući da nam je frekvencija zvuka poznata, trebamo odrediti valnu duljinu, da bismo mogli odrediti brzinu zvuka prema izrazu: $v = \lambda \cdot f$.</i></p>
--	--

Čemu je jednaka udaljenost između dva susjedna čvora, odnosno trbuha?

Odlično! Zapišite u svoje bilježnice koji je naš zadatak.

Zapisujem na ploču:

Zadatak: Izračunati brzinu zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi za 3 različite frekvencije.

Pozivam učenike da se skupe oko mog radnog stola kako bismo zajednički izveli pokus. U staklenu cijev dva učenika jednoliko raspršuju piljevinu. Uključujem pojačalo, a zatim funkcijski generator, na kojem sam namjestila frekvenciju zvuka.

U trenutku nastanka čvorova i trbuha u cijevi, zamolim jednog učenika da pomoću mjerne vrpce izmjeri udaljenost između dva susjedna čvora ili trbuha.

Zamolim jednog učenika da na ploči ispiše tablicu u koju ćemo ispisati rezultate mjerenja:

f	l	λ	V
Hz	m	m	m/s

Nakon što smo izvršili mjerenje za tri različite frekvencije, vraćam učenike na njihova mjesta.

Zajedno s učenicima donosim zaključak ovog pokusa.

Kada smo učili o zvuku, što smo rekli, o čemu ovisi brzina širenja zvuka?

Neka mi netko dođe na ploču zapisati izraz za brzinu zvuka u ovisnosti o temperaturi.

Valnu duljinu ćemo odrediti mjerenjem udaljenosti između dva susjedna čvora ili trbuha koji će se formirati na dnu staklene cijevi.

Udaljenost između dva susjedna čvora, odnosno trbuha jednaka je polovici valne duljine.

Učenici prepisuju s ploče.

Učenici se okupljaju oko radnog stola i sudjeluju u izvođenju pokusa.

Netko od učenika pomjera pomični klip, te svi zajedno promatraju nastanak stojnog vala unutar stupca zraka. Jedan učenik, uz pomoć ostalih, mjeri udaljenost između dva susjedna čvora ili trbuha.

Jedan učenik na ploči crta tablicu i unosi frekvenciju zvuka i izmjerenu udaljenost između čvorova ili trbuha.

Učenici se vraćaju na svoja mjesta. Prepisuju tablicu s ploče i prema dobivenim podacima računaju brzinu širenja zvuka u zraku.

Učenici odgovaraju na pitanja.

<p>Što je u ovom izrazu v_0?</p> <p>Zajedno s učenicima donosim zaključak o ispravnosti i preciznosti metode mjerenja. Na termometru iščitavam temperaturu zraka zapisujem je na ploču. Za danu temperaturu učenici računaju brzinu širenja zvuka i uspoređujemo naš dobiveni rezultat s tom vrijednošću.</p> <p><u>Završni dio sata</u> (5 min.)</p> <p>Dijelim učenicima radne listiće sa zadacima za vježbu (Prilog 1.). Učenici najprije zadatke samostalno rješavaju, a zatim ih rješavamo na ploči. Ukoliko ne riješimo sve, ostavljam učenicima to za domaću zadaću. Ukoliko ostane vremena, ponavljam naučeno postavljanjem pitanja učenicima.</p> <p>Pozdravljam učenike, završavam sat.</p>	<p><i>Brzina zvuka ovisi o gustoći sredstva, a gustoća se mijenja s temperaturom.</i></p> <p>Jedan učenik izlazi pred ploču i zapisuje:</p> $v = v_0 \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}}$ <p>Učenik odgovara na postavljena pitanja:</p> <p><i>U ovom izrazu v_0 je brzina širenja zvuka u fluidima (pri standardnoj temperaturi) koja iznosi $v_0 = 331,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.</i></p> <p>Učenik se vraća na svoje mjesto.</p> <p>Učenici komentiraju dobiveni rezultat za brzinu širenja zvuka s tabličnom vrijednošću.</p>
---	---

Plan ploče

Mjerenje brzine širenja zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi

Popis korištenog pribora:

- funkcijski generator,
- pojačalo,
- Kundtova cijev sa zvučnikom,
- piljevina,
- mjerna vrpca,
- slušalice za uši,
- termometar.

Zadatak:

Izračunati brzinu zvuka u zraku pomoću Kundtove cijevi za 3 različite frekvencije.

Rezultati mjerenja:

f	l	λ	V
Hz	m	m	m/s

$\bar{v} = ..$

$$v = v_0 \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

$T = .. \rightarrow v = ...$

Prilog 1. Radni listić.

ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Pod uvjetom da je amplituda dovoljno velika, ljudsko uho može čuti zvučne valove u području od 20 Hz do 20kHz. Nađi valne duljine koje odgovaraju ovim frekvencijama za zvučne valove u zraku.

Rj: $\lambda_1 = 17 \text{ m}$, $\lambda_2 = 0,017 \text{ m}$

2. Na udaljenosti 6 km od promatrača dogodi se eksplozija. Nakon kojeg će je vremena promatrač čuti? Temperatura zraka je 14 °C.

Rj: $t = 17,2 \text{ s}$

3. Duljina vala zvuka u zraku je 17 cm pri brzini $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Nađi brzinu širenja zvuka u tijelu u kojem je kod jednake frekvencije kao u zraku duljina vala 102 cm.

Rj: $v_t = 2040 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Prilog 2. Radni listić, rješenje.

ZADACI ZA VJEŽBANJE

1. Pod uvjetom da je amplituda dovoljno velika, ljudsko uho može čuti zvučne valove u području od 20 Hz do 20kHz. Nađi valne duljine koje odgovaraju ovim frekvencijama za zvučne valove u zraku.

Rješenje:

$$f_1 = 20 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 20 \text{ kHz} = 20\,000 \text{ Hz}$$

$$v_z = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda_1, \lambda_2 = ?$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$\lambda_1 = \frac{v_z}{f_1}$$

$$\lambda_1 = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ Hz}}$$

$$\lambda_1 = 17 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = \frac{v_z}{f_2}$$

$$\lambda_2 = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20\,000 \text{ Hz}}$$

$$\lambda_2 = 0,017 \text{ m}$$

Valne duljine zvučnih valova koje ljudsko uho može čuti u rasponu su od 0,017 m do 17 m.

2. Na udaljenosti 6 km od promatrača dogodi se eksplozija. Nakon kojeg će je vremena promatrač čuti? Temperatura zraka je 14°C.

Rješenje:

$$t = 14^\circ\text{C}$$

$$s = 6,0 \text{ km} = 6\,000 \text{ m}$$

$$v_o = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = ?$$

$$v = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(1 + \frac{14}{273}\right)$$

$$v = 348 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{6000 \text{ m}}{348 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$t = 17,2 \text{ s}$$

Promatrač će eksploziju čuti nakon $t = 17,2 \text{ s}$.

3. Duljina vala zvuka u zraku je 17 cm pri brzini $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Nađi brzinu širenja zvuka u tijelu u kojem je kod jednake frekvencije kao u zraku duljina vala 102 cm.

Rješenje:

$$\lambda_1 = 17 \text{ cm} = 0,17 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 102 \text{ cm} = 1,02 \text{ m}$$

$$f_1 = f_2$$

$$v_z = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_t = ?$$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f_1 = \frac{v_z}{\lambda_1}$$

$$f_2 = \frac{v_t}{\lambda_2}$$

$$f_1 = f_2$$

$$\frac{v_z}{\lambda_1} = \frac{v_t}{\lambda_2}$$

$$v_t = \frac{v_z \cdot \lambda_2}{\lambda_1}$$

$$v_t = \frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,02 \text{ m}}{0,17 \text{ m}}$$

$$v_t = 2040 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Brzina širenja zvuka u tijelu iznosi $v_t = 2040 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

7. ZAKLJUČAK

Na pitanje što je to zvuk, uglavnom bismo odgovorili da je zvuk sve ono što čujemo, i to je točno. No, svatko od nas ne čuje isto; netko ima bolji sluh, a nekome je osjet sluha oslabio pa zvukove slabijeg intenziteta ne može registrirati. Raspon čujnosti razlikuje se od osobe do osobe, stoga zvuk valja definirati općenitije: zvuk je longitudinalni mehanički val u rasponu frekvencija od 16 Hz do 20 000 Hz koje ljudsko uho može čuti. Pored frekvencije, koja je uvijek jednaka frekvenciji zvučnog izvora, zvuk karakterizira valna duljina i brzina širenja zvuka. Valna duljina udaljenost je između dvije susjedne točke vala koje se nalaze u istoj fazi titranja. Brzina širenja zvuka određena je karakteristikama sredstva kojim se val širi. Brzina zvuka ovisi i o temperaturi sredstva kojim se zvuk širi.

Kada se dva vala, jednake valne duljine i amplitude, šire istim pravcem, ali suprotnim smjerovima, dolazi do interferencije i nastaje stojni val. Dok kod progresivnog vala sve točke postižu jednaku amplitudu titranja, kod stojnog vala postoje točke koje titraju s najvećom amplitudom i nazivaju se trbusi stojnog vala, a postoje i točke koje stalno miruju (njihova amplituda je nula) i nazivaju se čvorovi stojnog vala. Duž stojnog vala tako su naizmjenično poredani trbusi i čvorovi, pri čemu je udaljenost između dva susjedna čvora, odnosno trbuha, jednaka polovici valne duljine stojnog vala. Stojni val može se vizualizirati pomoću Kundtove cijevi, koja je ime dobila po njemačkom fizičaru Augustu Kundtu. On je 1866. godine u znanstvenom časopisu *Anali fizike* opisao metodu vizualizacije trbuha i čvorova unutar staklene cijevi, na temelju čega se može odrediti brzina širenja zvuka u sredstvima svih agregatnih stanja.

Moj diplomski rad temelji se na demonstracijskim pokusima u kojima sam pomoću Kundtove cijevi odredila brzinu širenja zvuka u zraku. Također sam izvela originalni Kundtov pokus te odredila brzinu širenja zvuka u čeliku i u mesingu. Motivaciju za pisanje ovog eksperimentalnog rada dobila sam kada sam na stručnoj praksi u gimnaziji učenicima trećeg razreda održala sat iz nastavne jedinice *Zvuk*. Uvidjela sam koliko je učenicima zapravo nepojmljiva definicija zvuka kao vala, kao i da učenici tek površno razumiju pojam stojnog vala, njegove čvorove i trbuhe. Shvatila sam da bi prilikom obrade ovih nastavnih jedinica bilo poželjno izvesti demonstracijske pokuse služeći se Kundtovom cijevi, jer bi se učenicima olakšalo poimanje zvuka i stojnog vala. Stoga sam u svrhu ovog diplomskog rada napisala i pripremu za sat vježbanja nastavnih jedinica *Stojni valovi i zvuk*.

Kao najteži dio pisanja ovog diplomskog rada navela bih prevođenje izvornog rukopisa fizičara Augusta Kundta s njemačkog jezika, a koji mi je bio osnovna literatura. U pokusu s osciloskopom

sam imala manjih poteškoća u radu mikrofona, no uspjela sam ih nadvladati prespajanjem spojnih žica. Drugih poteškoća prilikom izvođenja pokusa nisam imala.

Kako bih što preciznije i pouzdanije odredila vrijednost brzine širenja zvuka, u sva tri pokusa mjerenja sam ponavljala 10 puta. Ipak, zbog neizbježnih pogrešaka pri mjerenju (nesavršenost mjernih instrumenata i mojih osjetila) postoje odstupanja dobivenih rezultata od onih tabličnih. Ipak, ta su odstupanja u granicama mjernih nesigurnosti pa zaključujem kako je metoda mjerenja brzine zvuka pomoću Kundtove cijevi pouzdana. Uz to, vrlo je jednostavna i praktična.

Istinski sam uživala pisajući ovaj diplomski rad. Lijepo je uvjeriti se u točnost naučenih fizikalnih zakona izvođeci eksperimente!

8. LITERATURA

- [1] Horvat, H., Hrupec, D. (2014) *Fizika 3 pojmovi i koncepti: Udžbenik s multimedijским sadržajem za 3. razred gimnazija*. Zagreb: NEODIDACTA d.o.o.
- [2] Nemet, M. (2019) *Ultrazvuk*. Diplomski rad. Osijek: Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku.
- [3] Planinić, J. (2005) *Osnove fizike III: valovi – akustika – optika - uvod u atomsku fiziku*. Osijek: Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Filozofski fakultet.
- [4] Pinterest. URL: <https://www.pinterest.com/pin/809944314206429418/?autologin=true> (11.12.2020.)
- [5] Paar, V. (2008) *Fizika 3: udžbenik za treći razred gimnazije*. Zagreb: Školska knjiga.
- [6] Edutorij. URL: <https://edutorij.e-skole.hr/share/proxy/alfresco-noauth/edutorij/api/proxy-guest/00032329-8067-4561-8260-18f27db1731f/nastanak-i-opis-mehanickog-vala.html> (13.12.2020.)
- [7] Cindro, N. (1991) *Fizika 1: mehanika – valovi – toplina*. Prvo dopunjeno izdanje. Zagreb: Školska knjiga.
- [8] Predrevac, V. (2018) *Zvučna rezonancija*. Diplomski rad. Osijek: Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku.
- [9] Wikipedia. URL: https://hr.wikipedia.org/wiki/Marin_Mersenne (15.3.2021.)
- [10] SlidePlayer. URL: <https://slideplayer.gr/slide/15643202/> (13.12.2020.)
- [11] Lukić, G. (2013) *Ultrazvuk*. Završni rad. Osijek: Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku.
- [12] BrainKart.com. http://www.brainkart.com/article/Velocity-of-longitudinal-waves-in-an-elastic-medium_36325/ (24.12.2020.)
- [13] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2013) *Fundamentals of physics: 10th edition*. USA: Wiley.

[14] Barfield, B. F. (1965) *A STUDY OF LIQUID BEHAVIOR IN A KUNDT'S TUBE*. Disertacija. Georgia: Georgia Institute of Technology.

[15] Wikipedia. URL:

https://en.wikipedia.org/wiki/Kundt%27s_tube#/media/File:Kundt_tube.png (14.3.2021.)

[16] Kundt, A. (1868) Acoustic Experiments. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 35, no. 4.

[17] Kundt, A. (1866) Ueber eine neue Art akustischer Staubfiguren und über die Anwendung derselben zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und Gasen; von der Dr. August Kundt. *ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE*, vol.127, no. 4.

URL:https://books.google.ba/books?id=NXMEAAAAYAAJ&pg=RA1-PA497&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false (11.3.2021.)

[18] Sulejmanović, S. et al. (2017) FIZIKA: PRAKTIKUM ZA STUDENTE

FARMACEUTSKOG FAKULTETA (SKRIPTA ZA INTERNU UPOTREBU). URL:

http://www.pmf.unsa.ba/fizika/images/nastavni_materijali/fizika_za_farmaceute/FIZIKA%20-%20praktikum%20za%20studente%20Farmaceutskog%20fakulteta.pdf (15.1.2021.)

[19] Poynting, J. H., Thomson, J. J. (1904) *A text-book of Physics: Sound*. Third edition, carefully revised. London: Charles Griffin and Co.

URL:https://books.google.ba/books?id=qlEEAAAAYAAJ&pg=PA41&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false (10.3.2021.)

[20] Estupiñán, A. et al. (2018) *EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY FOR THE REPRESENTATION OF STANDING WAVES IN A KUNDT'S TUBE*.

<https://arxiv.org/pdf/1812.04365.pdf> (2.3.2021.)

[21] Nastavni materijali za Praktikum iz eksperimentalne nastave fizike

9. ŽIVOTOPIS

Julija Zečević- Pejić rođena je 24. listopada 1995. godine u Tuzli, Bosna i Hercegovina. Odrasla je u šesteroročlanoj obitelji s adresom prebivališta u Gornjem Zoviku, Brčko Distrikt. Pohađala je osnovnu školu *XI. Osnovna škola Gornji Zovik*. Po završetku osnovne škole 2010. godine, školovanje nastavlja u općoj gimnaziji *JU Gimnazija Vase Pelagić* u Brčkom. Gimnaziju je završila 2014. godine, kada upisuje Preddiplomski studij fizike na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku. Titulu prvostupnice fizike stekla je 2017. godine, a potom upisuje Diplomski studij fizike i informatike, također na Odjelu za fiziku Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, u sklopu kojeg je napisan ovaj diplomski rad. Uručena su joj priznanja za uspješnost studiranja za akademsku 2016. / 2017. godinu i za akademsku 2017. / 2018. godinu. Dugi niz godina trenirala je borilačke vještine, bila je aktivni član kulturnog folklornog umjetničkog društva. Najveća Julijina ljubav u djetinjstvu bila je poezija. Napisala je zbirku pjesama pod nazivom *Izađi u život*, koja je objavljena 2010. godine. U slobodno vrijeme voli putovati.